

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Российский химико-технологический университет  
имени Д. И. Менделеева»



**«УТВЕРЖДАЮ»**

Проректор по учебной работе

С.Н. Филатов

» \_\_\_\_\_ 2021 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Математика»**

**Направление подготовки 22.03.01 Материаловедение и технологии  
материалов**

**Профиль «Материаловедение и технологии наноматериалов и  
наносистем»**

**Квалификация «бакалавр»**

**РАССМОТРЕНО И ОДОБРЕНО**

На заседании Методической комиссии

Ученого совета

РХТУ им. Д.И. Менделеева

« 25 » мая 2021 г.

Председатель

Н.А. Макаров

**Москва 2021**

Программа составлена заведующим кафедрой высшей математики, к.т.н. Е.Г.Рудаковской, доцентом кафедры высшей математики, к.п.н. М.А Меладзе., доцентом кафедры высшей математики, к.т.н. В.В.Осипчик

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры высшей математики РХТУ им. Д.И. Менделеева «30» апреля 2021 г., протокол № 7

## 1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Программа составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки **22.03.01 Материаловедение и технологии материалов**, рекомендациями методической комиссии и накопленного опыта преподавания дисциплины кафедрой высшей математики РХТУ им. Д.И.Менделеева. Программа рассчитана на изучение курса в течение четырех семестров.

Дисциплина «**Математика**» относится к базовой части блока дисциплин учебного плана. Программа дисциплины предполагает, что обучающиеся имеют теоретическую и практическую подготовку в области основ элементарной математики, изучаемой в школьном курсе.

**Цель дисциплины** - формирование у студентов системы основных понятий, используемых для построения важнейших математических моделей, и математических методов для описания различных химико-технологических процессов.

**Задачи дисциплины** - создание фундаментальной математической базы, а также развитие навыков математического мышления и использование их для решения практических задач.

Дисциплина «**Математика**» преподается в 1-4 семестрах. Контроль успеваемости студентов ведется по принятой в университете рейтинговой системе.

Рабочая программа дисциплины может быть реализована с применением электронных образовательных технологий и электронного обучения полностью или частично.

## 2. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучение дисциплины направлено на приобретения следующих **универсальных компетенций и индикаторов их достижения:**

Код и наименование УК	Код и наименование индикатора достижения УК
<b>УК-1.</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<b>УК-1.3.</b> Использует системный подход для решения поставленных задач

**Общепрофессиональных компетенций и индикаторов их достижения:**

Код и наименование ОПК	Код и наименование индикатора достижения ОПК
<b>ОПК-1.</b> Способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общепрофессиональные знания	<b>ОПК-1.1.</b> Обладает систематическими знаниями в области математического анализа, моделирования, естественных наук и общепрофессиональных дисциплин <b>ОПК-1.2.</b> Умеет решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общепрофессиональные знания

В результате изучения дисциплины студент бакалавриата должен:

**знать:**

- основы дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений;
- математические теории и методы, лежащие в основе построения математических моделей;
- основы применения математических моделей и методов.

**уметь:**

- выбирать математические методы, пригодные для решения конкретной задачи;
- использовать математические понятия, методы и модели для описания различных процессов;
- выявлять математические закономерности, лежащие в основе конкретных процессов;
- применять математические знания на междисциплинарном уровне.

**владеть:**

- основами фундаментальных математических теорий и навыками использования математического аппарата;
- методами статистической обработки информации.

### **3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ**

Вид учебной работы	Семестр									
	Всего		1		2		3		4	
	ЗЕ	Акад.ч.	ЗЕ	Акад.ч.	ЗЕ	Акад.ч.	ЗЕ	Акад.ч.	ЗЕ	Акад.ч.
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>18</b>	<b>648</b>	<b>5</b>	<b>180</b>	<b>4</b>	<b>144</b>	<b>6</b>	<b>216</b>	<b>3</b>	<b>108</b>
<b>Контактная работа – аудиторные занятия:</b>	<b>7,56</b>	<b>272</b>	<b>2,66</b>	<b>96</b>	<b>1,78</b>	<b>64</b>	<b>1,78</b>	<b>64</b>	<b>1,34</b>	<b>48</b>
Лекции	3,56	128	1,33	48	0,89	32	0,89	32	0,45	16
Практические занятия (ПЗ)	4	144	1,33	48	0,89	32	0,89	32	0,89	32
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>8,44</b>	<b>304</b>	<b>2,34</b>	<b>84</b>	<b>1,22</b>	<b>44</b>	<b>3,22</b>	<b>116</b>	<b>1,66</b>	<b>60</b>
Контактная самостоятельная работа	8,44	0,6	2,34	0,4	1,22	0	3,22	0	1,66	0,2
Самостоятельное изучение разделов дисциплины		303,4		83,6		44		116		59,8
<b>Вид контроля – Зачет с оценкой</b>			+	+						
<b>Вид контроля – Зачет</b>									+	+
<b>Вид контроля – Экзамен</b>	<b>2</b>	<b>72</b>			<b>1</b>	<b>36</b>	<b>1</b>	<b>36</b>		
Контактная работа – промежуточная аттестация	2	0,8			1	0,4	1	0,4		
Подготовка к экзамену.		71,2				35,6		35,6		
<b>Вид итогового контроля:</b>			<b>Зачет с оценкой</b>		<b>Экзамен</b>		<b>Экзамен</b>		<b>Зачет</b>	

Вид учебной работы	Семестр									
	Всего		1		2		3		4	
	ЗЕ	Астр. ч.	ЗЕ	Астр. ч.	ЗЕ	Астр.ч.	ЗЕ	Астр.ч.	ЗЕ	Астр. ч.
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>18</b>	<b>486</b>	<b>5</b>	<b>135</b>	<b>4</b>	<b>108</b>	<b>6</b>	<b>162</b>	<b>3</b>	<b>81</b>
<b>Контактная работа – аудиторные занятия:</b>	<b>7,56</b>	<b>204,12</b>	<b>2,66</b>	<b>70,8</b>	<b>1,78</b>	<b>48,06</b>	<b>1,78</b>	<b>48,06</b>	<b>1,34</b>	<b>36,18</b>
Лекции	3,56	96,12	1,33	35,4	0,89	24,03	0,89	24,03	0,45	12,15
Практические занятия (ПЗ)	4	108	1,33	35,4	0,89	24,03	0,89	24,03	0,89	24,03
<b>Самостоятельная работа</b>	<b>8,44</b>	<b>227,88</b>	<b>2,34</b>	<b>63,12</b>	<b>1,22</b>	<b>32,94</b>	<b>3,22</b>	<b>86,94</b>	<b>1,66</b>	<b>44,82</b>
Контактная самостоятельная работа	8,44	0,45	2,34	0,3	1,22	0	3,22	0	1,66	0,15
Самостоятельное изучение разделов дисциплины		227,43		62,82		32,94		87,2		
<b>Вид контроля – Зачет с оценкой</b>			+	+						
<b>Вид контроля – Зачет</b>									+	+
<b>Вид контроля – Экзамен</b>	<b>2</b>	<b>54</b>			<b>1</b>	<b>27</b>	<b>1</b>	<b>27</b>		
Контактная работа – промежуточная аттестация	2	0,6			1	0,3	1	0,3		
Подготовка к экзамену.		53,4				26,7		26,7		
<b>Вид итогового контроля:</b>			<b>Зачет с оценкой</b>		<b>Экзамен</b>		<b>Экзамен</b>		<b>Зачет</b>	

## 4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Разделы дисциплины	Академических часов			
		Всего	Лекции	Практ. занятия	Самост. работа
<b>1 СЕМЕСТР</b>					
	<b>Введение</b>	<b>1</b>	<b>1</b>		
	<b>Раздел 1. Элементы алгебры</b>	<b>39</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>20</b>
1.1	Числовые множества, комплексные числа. Элементы векторной алгебры. Аналитическая геометрия на плоскости.	20	4	6	10
1.2	Матрицы. Теорема Кронекера - Капелли. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Собственные числа и векторы матрицы. Квадратичные формы.	19	5	4	10
	<b>Раздел 2. Функция одной переменной. Предел функции. Непрерывность функции.</b>	<b>20</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>8</b>
2.1	Элементарные функции. Предел функции в точке и на бесконечности.	7	2	2	3
2.2	Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Основные теоремы о пределах.	6	2	2	2
2.3	Непрерывность функции в точке и на промежутке.	7	2	2	3
	<b>Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.</b>	<b>60</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>28</b>
3.1	Производная функции. Уравнения касательной и нормали.	14	4	2	8
3.2	Дифференциал функции. Производная сложной функции.	14	4	4	6
3.3	Основные теоремы дифференциального исчисления. Производные высших порядков.	14	4	4	6
3.4	Монотонность функции. Экстремум функции. Выпуклость, вогнутость и точки перегиба графика функции. Общая схема исследования функций и построение их графиков.	18	4	6	8
	<b>Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной.</b>	<b>60</b>	<b>16</b>	<b>16</b>	<b>28</b>
4.1	Первообразная функции. Неопределенный интеграл и его свойства.	20	6	4	10
4.2	Методы интегрирования.	20	4	8	8

4.3	Определенный интеграл, его геометрический смысл. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.	20	6	4	10
	<b>ИТОГО</b>	<b>180</b>	<b>48</b>	<b>48</b>	<b>84</b>
	<b>Зачет с оценкой</b>				
	<b>ИТОГО</b>	<b>180</b>	<b>48</b>	<b>48</b>	<b>84</b>

<b>2 СЕМЕСТР</b>					
	<b>Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.</b>	<b>38</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>18</b>
5.1	Функции двух и более переменных. Предел функции в точке. Частные производные. Дифференцируемость функции.	12	3	3	6
5.2	Дифференциал функции двух переменных, его инвариантность. Дифференцирование функции, заданной неявно.	12	3	3	6
5.3	Производная по направлению. Градиент и его свойства. Экстремумы функции двух переменных.	14	4	4	6
	<b>Раздел 6. Кратные интегралы</b>	<b>38</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>14</b>
6.1	Двойной интеграл. Вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат.	14	4	4	6
6.2	Вычисление двойного интеграла в полярной системе координат. Интеграл Эйлера - Пуассона. Приложения двойного интеграла.	12	4	4	4
6.3	Тройной интеграл. Вычисление тройного интеграла. Приложения тройного интеграла.	12	4	4	4
	<b>Раздел 7. Криволинейные и поверхностные интегралы.</b>	<b>32</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>12</b>
7.1	Криволинейный интеграл по координатам. Приложения криволинейного интеграла.	12	4	4	4
7.2	Формула Грина для вычисления криволинейного интеграла по замкнутому контуру.	12	4	4	4
7.3	Поверхностный интеграл. Теорема Гаусса-Остроградского. Формула Стокса.	8	2	2	4
	<b>ИТОГО</b>	<b>108</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>44</b>
	<b>Экзамен</b>	<b>36</b>			
	<b>ИТОГО</b>	<b>144</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>44</b>

<b>3 СЕМЕСТР</b>					
	<b>Раздел 8. Дифференциальные уравнения первого порядка.</b>	<b>46</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>30</b>
8.1	Дифференциальные уравнения. Задача Коши. Дифференциальные уравнения (ДУ) с разделяющимися переменными.	16	3	3	10
8.2	Однородные уравнения I-го порядка. Линейные уравнения I-го порядка. Уравнения Бернулли.	16	3	3	10
8.3	Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	14	2	2	10
	<b>Раздел 9. Дифференциальные уравнения второго порядка.</b>	<b>46</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>30</b>
9.1	Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка (ЛОДУ и ЛНДУ).	12	2	2	8
9.2	Линейная независимость функций. Определитель Вронского и его свойства. Фундаментальная система ЛОДУ второго порядка.	12	2	2	8
9.3	ЛОДУ второго порядка с постоянными коэффициентами. ЛНДУ второго порядка с постоянными коэффициентами.	12	2	2	8
9.4	Линейные дифференциальные уравнения $n$ -го порядка. Алгоритм построения общего решения.	10	2	2	6
	<b>Раздел 10. Системы дифференциальных уравнений.</b>	<b>46</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>30</b>
10.1	Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка, решение методом исключения.	16	3	3	10
10.2	Системы ЛДУ первого порядка. Метод вариации произвольных постоянных, метод Эйлера. Создание математических моделей.	16	3	3	10
10.3	Системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	14	2	2	10
	<b>Раздел 11. Числовые и функциональные ряды.</b>	<b>42</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	<b>26</b>
11.1	Числовые ряды. Ряды Дирихле. Знакопередающийся ряд, признак Лейбница.	12	2	2	8



11.2	Функциональные ряды. Степенные ряды, теорема Абеля. Свойства степенных рядов.	10	2	2	6
11.3	Ряды Тейлора и Маклорена. Алгоритм разложения функции в ряд Маклорена.	10	2	2	6
11.4	Разложение функций в ряд Тейлора с помощью основных разложений. Применение степенных рядов.	10	2	2	6
	<b>ИТОГО</b>	<b>180</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>116</b>
	<b>Экзамен</b>	<b>36</b>			
	<b>ИТОГО</b>	<b>216</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	<b>116</b>

<b>4 СЕМЕСТР</b>					
	<b>Раздел 12. Теория вероятностей. Случайные величины и их законы распределения.</b>	<b>54</b>	<b>8</b>	<b>16</b>	<b>30</b>
12.1	Случайные события. Виды случайных событий. Алгебра событий. Классическое определение вероятности.	12	2	4	6
12.2	Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Теорема о полной вероятности. Формулы Байеса.	12	3	3	6
12.3	Повторные испытания. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Формула Пуассона.	10	1	3	6
12.4	Дискретная случайная величина: вероятностный ряд, функция распределения. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение. Биномиальное распределение.	10	1	3	6
12.5	Непрерывная случайная величина: функция плотности вероятностей и функция распределения случайной величины. Равномерный закон распределения, его параметры. Нормальный закон распределения, его параметры.	10	1	3	6
	<b>Раздел 13. Математическая статистика.</b>	<b>54</b>	<b>8</b>	<b>16</b>	<b>30</b>
13.1	Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Статистический ряд выборочной совокупности. Интервальный статистический ряд. Полигон частот.	13	1	4	8
13.2	Точечные и интервальные статистические оценки параметров распределения случайной величины.	14	3	4	7

13.3	Проверка статистических гипотез: формулировка основной и конкурирующей гипотезы. Уровень значимости. Выбор критерия для проверки гипотезы.	13	1	4	8
13.4	Элементы теории корреляции. Коэффициент корреляции $r_{xy}$ и корреляционный момент $k_{xy}$ - их оценки по выборочным данным. Уравнения линейной регрессии.	14	3	4	7
	<b>ИТОГО</b>	<b>108</b>	<b>16</b>	<b>32</b>	<b>60</b>

## 4.2. Содержание разделов дисциплины

### 1 СЕМЕСТР

**Введение.** Предмет и методы математики. Описание основных разделов курса. Структура курса и правила рейтинговой системы.

#### Раздел 1. Элементы алгебры.

- 1.1. Числовые множества, комплексные числа. Определители II и III порядков. Векторы: основные понятия, скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Аналитическая геометрия: прямая на плоскости, кривые II порядка.
- 1.2. Матрицы: действия над матрицами, приведение к ступенчатому виду и виду Гаусса. Ранг матрицы. Обратная матрица. Теорема Кронекера-Капелли. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Собственные числа и векторы. Квадратичные формы.

#### Раздел 2. Функция одной переменной. Предел функции. Непрерывность функции.

- 2.1. Функция. Способы задания функции. Элементарные функции. Предел функции в точке. Односторонние пределы. Пределы на бесконечности.
- 2.2. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства и взаимосвязь. Основные теоремы о пределах. Первый и второй замечательные пределы.
- 2.3. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Свойства функций, непрерывных на отрезках. Точки разрыва функции и их классификация.

#### Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

- 3.1. Производная функции, ее геометрический и механический смысл. Уравнения касательной и нормали. Правила дифференцирования. Таблица основных производных.
- 3.2. Дифференцируемость функции: определение, теоремы о связи непрерывности и дифференцируемости функции и с существованием производной. Дифференциал функции: определение, свойства. Производная сложной функции.
- 3.3. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталья (раскрытие неопределенностей). Производные высших порядков.
- 3.4. Монотонность функции: определение, необходимые и достаточные условия. Экстремум функции: определение, необходимые и достаточные условия. Выпуклость, вогнутость и точки перегиба графика функции: определения, необходимые и достаточные условия их существования. Общая схема исследования функций, построение их графиков.

## **Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной.**

- 4.1. Первообразная функция. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов.
- 4.2. Методы интегрирования: непосредственное интегрирование, метод подстановки, интегрирование по частям, интегрирование рациональных дробей, интегрирование некоторых иррациональных и тригонометрических функций.
- 4.3. Определенный интеграл, его геометрический смысл, его свойства. Теорема о среднем значении. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Вычисление площадей плоских фигур и объемов тел вращения с помощью определенного интеграла. Несобственные интегралы: определения, свойства, методы вычисления.

## **2 СЕМЕСТР**

## **Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.**

- 5.1. Функции двух и более переменных: определение, область определения, область существования, геометрическая интерпретация, линии уровня, и поверхности уровня. Предел функции в точке. Частные производные (на примере функции двух переменных). Дифференцируемость функции: определение, связь дифференцируемости с непрерывностью и с существованием частных производных. Достаточные условия дифференцируемости функции. Дифференцируемость сложной функции, полная производная.
- 5.2. Дифференциал функции двух переменных, его инвариантность. Дифференцирование функции одной и двух переменных, заданной неявно. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных (для функции двух переменных). Аналитический признак полного дифференциала.
- 5.3. Производная по направлению: определение, формула для ее вычисления. Градиент и его свойства. Экстремумы функции двух переменных: определения, необходимое и достаточное условия существования экстремума. Условный экстремум: определение, методы нахождения точек условного экстремума (прямой метод и метод множителей Лагранжа). Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области.

## **Раздел 6. Кратные интегралы.**

- 6.1. Двойной интеграл: определение, геометрический смысл, свойства. Теорема о среднем значении двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в декартовой системе координат.
- 6.2. Вычисление двойного интеграла в полярной системе координат. Интеграл Эйлера - Пуассона. Приложения двойного интеграла: вычисление площади плоской области, объема цилиндрического тела, площади поверхности, массы пластинки с заданной плотностью, координат центра тяжести пластинки.
- 6.3. Тройной интеграл: определение, физический и геометрический смысл, свойства, теорема о среднем значении тройного интеграла. Вычисление тройного интеграла в декартовой системе координат, в цилиндрических и сферических координатах. Приложения тройного интеграла: вычисление объема, массы тела с заданной плотностью, координат центра тяжести тела.

## **Раздел 7. Криволинейные и поверхностные интегралы.**

- 7.1. Криволинейный интеграл по координатам: определение, физический смысл, свойства. Вычисление криволинейного интеграла. Формула для вычисления работы при перемещении материальной точки в силовом поле вдоль некоторого пути.
- 7.2. Формула Грина для вычисления криволинейного интеграла по замкнутому контуру. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования: необходимое и

достаточное условие независимости, критерий независимости. Потенциальное поле, потенциальная функция и ее вычисление. Вычисление криволинейного интеграла, не зависящего от пути интегрирования.

- 7.3. Поверхностный интеграл: определение, физический смысл, вычисление в декартовой системе координат. Теорема Гаусса-Остроградского. Формула Стокса.

### 3 СЕМЕСТР

#### Раздел 8. Дифференциальные уравнения первого порядка.

- 8.1. Дифференциальные уравнения: определение, порядок, решение, теорема существования и единственности решения. Задача Коши. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
- 8.2. Однородные уравнения первого порядка: определение и метод решения. Линейные уравнения первого порядка: определение и метод решения. Уравнения Бернулли: определение и метод решения.
- 8.3. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах: определение и метод решения. Интегрирующий множитель: определение, сведение к уравнению в полных дифференциалах с помощью интегрирующего множителя.

#### Раздел 9. Дифференциальные уравнения второго порядка.

- 9.1. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка: определение, однородные и неоднородные линейные уравнения. Свойства решений.
- 9.2. Линейная независимость функций. Определитель Вронского и его свойства. Теоремы о структуре общих решений линейных однородных и линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка. Фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка.
- 9.3. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами: метод Эйлера для решения этих уравнений. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами: метод подбора частного решения этого уравнения с правой частью специального вида и метод вариации произвольных постоянных.
- 9.4. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка: свойства решений, теоремы о структуре общего решения. Алгоритм построения общего решения линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами.

#### Раздел 10. Системы дифференциальных уравнений.

- 10.1. Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка, решение методом исключения.
- 10.2. Системы линейных дифференциальных уравнений первого порядка, метод вариации произвольных постоянных. Системы линейных однородных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами, метод Эйлера.
- 10.3. Системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

#### Раздел 11. Числовые и функциональные ряды.

- 11.1. Числовые ряды: основные понятия, сходимость ряда. Необходимый признак сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: интегральный признак Коши; признаки сравнения рядов; признак Даламбера; радикальный признак Коши. Ряды Дирихле. Знакопередающийся ряд: определение, признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов.

- 11.2. Функциональные ряды. Степенные ряды: определение, теорема Абеля, интервал сходимости, радиус сходимости. Свойства степенных рядов.
- 11.3. Ряды Тейлора и Маклорена: определение, условия сходимости ряда Тейлора к исходной функции. Лемма  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^n}{n!} = 0$  для  $\forall x \in R$ . Достаточные условия сходимости ряда Тейлора. Алгоритм разложения функции в ряд Маклорена. Основные разложения функций:  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^n$ ,  $\arctg x$ ,  $\arcsin x$  в ряд Маклорена.
- 11.4. Разложение функций в ряд Тейлора с помощью основных разложений. Применение степенных рядов: приближенные вычисления, приближенное решение дифференциальных уравнений.

#### 4 СЕМЕСТР

##### **Раздел 12. Теория вероятностей. Случайные величины и их законы распределения.**

- 12.1. Случайные, достоверные и невозможные события. Виды случайных событий: совместные и несовместные, противоположные события. Алгебра событий: сумма, произведение событий. Элементарные события (исходы). Классическое определение вероятности. Свойства вероятности случайного события.
- 12.2. Теоремы вероятностей: сложение вероятностей совместных и несовместных событий; произведения вероятностей зависимых и независимых событий. Условная вероятность. Теорема о полной вероятности. Формулы Байеса.
- 12.3. Повторные испытания. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Формула Пуассона.
- 12.4. Случайная величина: определение виды случайных величин. Дискретная случайная величина: вероятностный ряд, функция распределения. Математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратическое отклонение, и их свойства. Биномиальное распределение, закон Пуассона для дискретной случайной величины.
- 12.5. Непрерывная случайная величина: функция плотности вероятностей и ее свойства, функция распределения этой случайной величины и ее свойства. Связь между этими функциями. Вероятность попадания непрерывной случайной величины на некоторый промежуток. Равномерный закон распределения, его параметры. Нормальный закон распределения, его параметры и формулы.

##### **Раздел 13. Математическая статистика.**

- 13.1. Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Статистический ряд выборочной совокупности (выборки). Интервальный статистический ряд выборки (при больших объемах выборки). Полигон частот статистического распределения выборки.
- 13.2. Точечные статистические оценки параметров распределения исследуемой случайной величины: среднее арифметическое статистических значений, выборочная дисперсия, исправленная выборочная дисперсия. Основные требования, предъявляемые к точечным оценкам. Интервальные оценки параметров распределения исследуемой случайной величины (в предположении, что она имеет нормальное распределение случайной величины) интервал математического ожидания при известной дисперсии и неизвестной, доверительный интервал для среднеквадратического отклонения.
- 13.3. Проверка статистических гипотез: формулировка основной и конкурирующей гипотезы. Уровень значимости. Выбор критерия для проверки основной гипотезы. Проверка гипотезы о равенстве дисперсии двух генеральных совокупностей по двум выборкам из них. Проверка гипотезы о равенстве двух средних (при известной и

неизвестной дисперсии). Проверка гипотезы о нормальном распределении (критерий Пирсона).

- 13.4. Элементы теории корреляции.  $(X, Y)$ - система двух случайных величин (двумерная случайная величина). Зависимость между составляющими  $X$  и  $Y$  – основная задача корреляции. Коэффициент корреляции  $r_{xy}$  и корреляционный момент  $k_{xy}$  - их оценки по выборочным данным. Проверка гипотезы о существовании корреляционной зависимости между  $X$  и  $Y$ . Уравнения линейной регрессии  $Y$  на  $X$  и  $X$  на  $Y$  в случае наличия корреляционной зависимости.

## **5. СООТВЕТСТВИЕ СОДЕРЖАНИЯ ТРЕБОВАНИЯМ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**



В результате освоения дисциплины студент должен приобрести следующие <i>общепрофессиональные компетенции и индикаторы их достижения:</i>														
Код и наименование ОПК	Код и наименование индикатора достижения ОПК													
ОПК-1. Способен решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и инженерные знания	ОПК-1.1. Обладает систематическими знаниями в области математического анализа, моделирования, естественных наук и инженерных дисциплин	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
	ОПК-1.2. Умеет решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и инженерные знания	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+



## 6. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

### 6.1. Примерные темы практических занятий по дисциплине.

№ п/п	№ раздела дисциплины	Темы практических (семинарских) занятий	Часы
<b>1 семестр</b>			
<b>1.</b>	1.1	<b>Практическое занятие 1</b> Числовые множества, комплексные числа. Определители II и III порядков.	2
<b>2</b>	1.1	<b>Практическое занятие 2</b> Векторы: основные понятия, скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.	2
<b>3</b>	1.1	<b>Практическое занятие 3</b> Аналитическая геометрия: прямая на плоскости, кривые II порядка.	2
<b>4</b>	1.2	<b>Практическое занятие 4</b> Матрицы: действия над матрицами, приведение к ступенчатому виду и виду Гаусса. Ранг матрицы. Обратная матрица. Теорема Кронекера-Капелли.	2
<b>5</b>	1.2	<b>Практическое занятие 5</b> Решение систем линейных алгебраических уравнений. Собственные числа и векторы. Квадратичные формы.	2
<b>6</b>	2.1 2.2	<b>Практическое занятие 6</b> Функция: область определения, чётность, нечётность, точки пересечения с осями координат. Элементарные функции, их свойства и графики. Вычисления пределов функций с помощью алгебраических преобразований.	2
<b>7</b>	2.3	<b>Практическое занятие 7</b> Вычисление пределов с помощью первого и второго замечательных пределов.	2
<b>8</b>		<b>Контрольная работа № 1</b>	<b>2</b>
<b>9</b>	3.1	<b>Практическое занятие 8</b> Производная: определение, геометрический смысл. Правила дифференцирования. Таблица производных элементарных функций.	2
<b>10</b>	3.2	<b>Практическое занятие 9</b> Производная сложной функции.	2
<b>11</b>	3.2	<b>Практическое занятие 10</b> Производная высшего порядка. Дифференциал функции.	2
<b>12</b>	3.3	<b>Практическое занятие 11</b> Вычисления пределов с помощью правила Лопиталья.	2
<b>13</b>	3.4	<b>Практическое занятие 12</b> Нахождения асимптот функции. Исследование функции на монотонность и экстремумы.	2
<b>14</b>	3.4	<b>Практическое занятие 13</b> Исследование функции на выпуклость, вогнутость, точки перегиба.	2
<b>15</b>	3.4	<b>Практическое занятие 14</b> Полное исследование функции и построение её графика.	2
<b>16</b>		<b>Контрольная работа № 2</b>	<b>2</b>
<b>17</b>	4.1	<b>Практическое занятие 15</b>	2

		Таблица основных интегралов. Непосредственное (табличное) интегрирование.	
<b>18</b>	4.1	<b>Практическое занятие 16</b> Интегрирование методом подведения под знак дифференциала и методом разложения.	2
<b>19</b>	4.2	<b>Практическое занятие 17</b> Интегрирование заменой. Интегрирование по частям.	2
<b>20</b>	4.2	<b>Практическое занятие 18</b> Интегрирование рациональных дробей.	2
<b>21</b>	4.2	<b>Практическое занятие 19.</b> Интегрирование некоторых иррациональностей. Интегрирование тригонометрических функций.	2
<b>22</b>	4.3	<b>Практическое занятие 20</b> Определенный интеграл.	2
<b>23</b>	4.3	<b>Практическое занятие 21</b> Несобственные интегралы.	2
<b>24</b>		<b>Контрольная работа № 3</b>	<b>2</b>
<b>ИТОГ</b>	<b>48 часов</b>		

<b>2 семестр</b>			
<b>№ п/п</b>	<b>№ раздела дисциплины</b>	<b>Темы практических (семинарских) занятий</b>	<b>Часы</b>
<b>1.</b>	5.1	<b>Практическое занятие 1.</b> Повторение: дифференцирование и интегрирование функции одной переменной.	2
<b>2.</b>	5.1	<b>Практическое занятие 2.</b> Частные производные функции 2-х и 3-х переменных. Полный дифференциал функции 2-х переменных.	2
<b>3.</b>	5.2	<b>Практическое занятие 3.</b> Производные сложной функции. Полная производная. Дифференцирование функции, заданной неявно.	2
<b>4.</b>	5.2	<b>Практическое занятие 4.</b> Частные производные и дифференциалы высших порядков.	2
<b>5.</b>	5.3	<b>Практическое занятие 5.</b> Производная по направлению и градиент.	2
<b>6.</b>		<b>Контрольная работа № 1</b>	<b>2</b>
<b>7.</b>	5.3	<b>Практическое занятие 6.</b> Экстремум функции 2-х переменных.	2
<b>8.</b>	5.3	<b>Практическое занятие 7.</b> Условный экстремум.	2
<b>9.</b>	6.1	<b>Практическое занятие 8.</b> Двойной интеграл: переход к повторному интегралу, изменение порядка интегрирования. Примеры.	2
<b>10.</b>	6.1	<b>Практическое занятие 9.</b> Вычислить двойной интеграл в декартовой системе координат.	2
<b>11.</b>	6.2 6.3	<b>Практическое занятие 10.</b> Вычислить двойной интеграл в полярной системе координат. Приложения двойного интеграла.	2
<b>12.</b>		<b>Контрольная работа №2</b>	<b>2</b>

13.	7.1	<b>Практическое занятие 11.</b> Криволинейный интеграл по координатам (вычисление). Вычисление работы по перемещению материальной точки в силовом поле.	2
14.	7.2	<b>Практическое занятие 12.</b> Вычисление криволинейного интеграла по замкнутому контуру с помощью формулы Грина.	2
15	7.3	<b>Практическое занятие 13.</b> Вычисление криволинейного интеграла, независимого от пути интегрирования (с помощью выбора оптимального пути или с помощью потенциальной функции).	2
16		<b>Контрольная работа №3</b>	2
<b>ИТОГ</b>	<b>32 часа</b>		

<b>3 семестр</b>			
<b>№ п/п</b>	<b>№ раздела дисциплины</b>	<b>Темы практических (семинарских) занятий</b>	<b>Часы</b>
1.	8.1	<b>Практическое занятие 1.</b> Повторение интегрирования (1 час). Решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.	2
2.	8.1 8.2	<b>Практическое занятие 2.</b> Решение однородных дифференциальных уравнений I-го порядка. Решение линейных дифференциальных уравнений Бернулли.	2
3.	8.3	<b>Практическое занятие 3.</b> Уравнения в полных дифференциалах и допускающих интегрирующий множитель вида $\mu(x)$ и $\mu(y)$ .	2
4.	8.3	<b>Практическое занятие 4.</b> Решение различных уравнений I-го порядка для подготовки к контрольной работе.	2
5.		<b>Контрольная работа №1</b>	2
6.	9.1	<b>Практическое занятие 5.</b> Решение дифференциальных уравнений II-го порядка, допускающих понижение порядка.	2
7.	9.2	<b>Практическое занятие 6.</b> Решение ЛОДУ II-го порядка с постоянными коэффициентами по методу Эйлера. Решение ЛНДУ II-го порядка с правой частью вида $P_n(x) \cdot e^{ax}$ .	2
8.	9.3	<b>Практическое занятие 7.</b> Решение ЛНДУ II-го порядка с правой частью вида $e^{ax} \cdot (A \cos bx + B \sin bx)$ .	2
9.	9.4	<b>Практическое занятие 8.</b> Метод вариации произвольных постоянных для ЛНДУ II-го порядка с постоянными коэффициентами.	2
10.	10.1 10.2	<b>Практическое занятие 9.</b> Решение систем линейных дифференциальных уравнений I-го порядка с постоянными коэффициентами. Метод исключения. Метод Эйлера для однородных	2

		линейных систем, далее для неоднородной системы. Метод вариации произвольных постоянных.	
<b>11.</b>		<b>Контрольная работа №2</b>	<b>2</b>
<b>12.</b>	11.1	<b>Практическое занятие 10.</b> Числовые ряды: основные понятия, общий член, частичная сумма, понятие сходимости ряда. Необходимый признак сходимости. Интегральный признак Коши.	2
<b>13.</b>	11.2	<b>Практическое занятие 11.</b> Исследование сходимости по признакам сравнения рядов и признаку Даламбера.	2
<b>14.</b>	11.3	<b>Практическое занятие 12.</b> Исследование сходимости знакочередующихся рядов по признаку Лейбница. Абсолютная и условная сходимость рядов.	2
<b>15.</b>	11.4	<b>Практическое занятие 13.</b> Степенной ряд, нахождение его области сходимости.	2
<b>16.</b>		<b>Контрольная работа №3</b>	<b>2</b>
<b>ИТОГ</b>	<b>32 часа</b>		

<b>4 семестр</b>			
<b>№ п/п</b>	<b>№ Раздела дисциплины</b>	<b>Темы практических (семинарских) занятий</b>	<b>Часы</b>
<b>1.</b>	12.1	<b>Практическое занятие 1.</b> Решение задач по комбинаторике.	2
<b>2.</b>	12.1	<b>Практическое занятие 2.</b> Действия над событиями. Классическое определение вероятности события, вычисление вероятности случайного события.	2
<b>3.</b>	12.2	<b>Практическое занятие 3.</b> Вычисление вероятностей случайных событий с помощью теорем вероятностей: суммы и произведения событий, противоположных событий.	2
<b>4.</b>	12.2	<b>Практическое занятие 4.</b> Теорема полной вероятности. Формула Байеса.	2
<b>5.</b>	12.3	<b>Практическое занятие 5.</b> Повторные события. Формула Бернулли. Локальная и интегральная формула Лапласа. Формула Пуассона.	2
<b>6.</b>		<b>Контрольная работа № 1</b>	<b>2</b>
<b>7.</b>	12.4	<b>Практическое занятие 6.</b> Дискретная случайная величина: вероятностный ряд, функция распределения вероятностей, числовые характеристики. Биноминальный закон распределения д.с.в. Закон Пуассона.	2
<b>8.</b>	12.5	<b>Практическое занятие 7.</b> Непрерывная случайная величина: функция плотности вероятностей, функция распределения вероятностей, числовые характеристики. Равномерный закон распределения н.с.в.	2
<b>9.</b>	12.5	<b>Практическое занятие 8.</b>	2

		Нормальный закон распределения н.с.в.: нахождение функции $F(x)$ по данной $f(x)$ и наоборот, числовые характеристики, вероятность попадания с.в. в заданный промежуток.	
<b>10.</b>		<b>Контрольная работа № 2</b>	<b>2</b>
<b>11</b>	13.1	<b>Практическое занятие 9.</b> Начальная обработка статистических данных: статистический (вариационный) ряд, эмпирическая функция распределения частот, полигон частот. Интервальный статистический ряд, гистограмма частот.	2
<b>12.</b>	13.2	<b>Практическое занятие 10.</b> Точечные оценки параметров распределения генеральной совокупности, формулы для этих оценок. Метод условных вариантов для упрощения расчета оценок.	2
<b>13.</b>	13.2	<b>Практическое занятие 11.</b> Построения доверительных интервалов для истинного математического ожидания, при известной и неизвестной дисперсии генеральной совокупности и для среднего квадратического отклонения.	2
<b>14</b>	13.3	<b>Практическое занятие 12.</b> Проверка статистических гипотез: а) равенства дисперсий двух нормальных генеральных совокупностей, б) равенства математических ожиданий двух нормальных генеральных совокупностей с известной и неизвестной дисперсией, в) равенства математического ожидания нормальной генеральной совокупности некоторому заданному числу.	2
<b>15</b>	13.4	<b>Практическое занятие 13.</b> Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности: критерий согласия Пирсона (с расчетом теоретических частот нормального распределения).	2
<b>16</b>		<b>Контрольная работа № 3</b>	<b>2</b>
<b>Итого</b>	<b>32 часов</b>		

## 7. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА.

Самостоятельная работа проводится с целью углубления знаний по дисциплине и предусматривает:

- ознакомление и проработку рекомендованной литературы, работу с электронно-библиотечными системами;
- участие в семинарах РХТУ им. И. Менделеева по тематике дисциплины;
- подготовку к выполнению контрольных работ по материалу лекционного курса;
- подготовку к сдаче *зачета с оценкой* (1 семестр), *экзамена* (2, 3 семестры) и *зачета* (4 семестр) по дисциплине.

Планирование времени на самостоятельную работу, необходимого на изучение дисциплины, студентам лучше всего осуществлять на весь период изучения, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала. Материал,

законспектированный на лекциях, необходимо регулярно дополнять сведениями из литературных источников, представленных в рабочей программе. При работе с указанными источниками рекомендуется составлять краткий конспект материала, с обязательным фиксированием библиографических данных источника.

## 8. ПРИМЕРЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ КОНТРОЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Совокупная оценка складывается из оценок за выполнение контрольных работ: **3** контрольные работы в **1** семестре (максимальная оценка за каждую контрольную работу **20** баллов); **3** контрольные работы во **2** семестре (максимальная оценка за каждую контрольную работу **20** баллов); **3** контрольные работы в **3** семестре (максимальная оценка за каждую контрольную работу **20** баллов); **3** контрольные работы в **4** семестре (максимальная оценка за первую и вторую контрольные работы по **30** баллов и за третью контрольную работу **40** баллов). Максимальная оценка текущей работы в **1, 2 и 3** семестрах составляет **60** баллов и в **4** семестре **100** баллов.

В соответствии с учебным планом изучение материала разделов завершается контролем его освоения в форме зачета с оценкой в **1** семестре (максимальная оценка **40** баллов), экзаменов во **2** семестре (максимальная оценка **40** баллов) и в **3** семестре (максимальная оценка **40** баллов).

### 8.1. Примеры контрольных вопросов для текущего контроля освоения дисциплины

Для текущего контроля предусмотрено 12 контрольных работ (по одной контрольной работе по каждому разделу). Максимальная оценка за контрольные работы 1-9 (1-3 семестр) составляет 20 баллов за каждую работу, за контрольные работы 10-11 (4 семестр) составляет 30 баллов за каждую работу и за контрольную работу 12 (4 семестр) составляет 40 баллов.

#### 1 СЕМЕСТР

**Раздел 1, 2. Примеры вопросов к контрольной работе № 1. Контрольная работа содержит 5 вопросов по 4 балла за вопрос.**

##### Вариант 1.

1) Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 5 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + 3y + 4z = 6 \end{cases}$$

2) С помощью обратной матрицы  $A^{-1}$  решить матричное уравнение  $AX=B$  и сделать проверку:  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

Вычислить пределы:

3).  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 5x + 3}{\sqrt{x+8} - 3}$

4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 8x}$

5)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+5}{x+2} \right)^{3x}$

### Вариант 2.

- 1) Даны вершины тетраэдра  $ABCD$ :  $A(2; -1; 2)$ ,  $B(1; 2; -1)$ ,  $C(3; 2; 1)$ ,  $D(-4; 2; 5)$ . Найти объем тетраэдра и высоту, опущенную из вершины  $D$ .
- 2). Исследовать систему на совместность и найти ее общее решение методом Гаусса:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_4 = 4 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 7 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = -3 \\ 5x_1 - 3x_3 + x_4 = 11 \end{cases}$$

Вычислить пределы:

3)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{6n^2 + 5n + 4}{3n^2 - 5n + 1}$

4)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{11-x} - \sqrt{7+x}}{3x^2 - 4x - 4}$

5)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x} \right)^{2-5x}$

### Вариант 3.

- 1) Даны векторы  $\vec{a} = (-5; 8; 10)$ ,  $\vec{b} = (-1; 6; 4)$ ;  $\vec{c} = (-3; 4; -12)$ . Найти проекцию вектора  $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$  на вектор  $\vec{c}$ .

- 2) С помощью обратной матрицы  $A^{-1}$  решить матричное уравнение  $XA=B$  и сделать проверку:  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -4 & 7 \\ -7 & 11 \end{pmatrix}$ .

Вычислить пределы:

3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2}{1 - \cos 3x}$

4)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 3x - 9}{\sqrt{x^2 + 16} - 5}$

5)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{8}{x}}$

### Вариант 4.

- 1) Дан  $\triangle ABC$ :  $A(28; 2)$ ;  $B(4; -5)$ ;  $C(0; -2)$ . Составить уравнения  $AC$ , медианы из т.  $C$  и найти угол между ними.

- 2). Исследовать систему на совместность и найти ее общее решение методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_4 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = -7 \end{cases}$$

Вычислить пределы:

3)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^3 - 2n + 7}{3n^3 + n^2 - 1}$

4)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 7x - 4}{\sqrt{9-2x} - \sqrt{5-x}}$

5)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 2x}{5x^3}$

**Раздел 3. Примеры вопросов к контрольной работе № 2. Контрольная работа содержит 5 вопросов по 4 балла за вопрос.**

**Вариант 1**

1. Найти  $f'(x)$ :  $f(x) = \ln \frac{x^2 + 1}{3x} - \operatorname{arctg} \sqrt{1-x} + x \cdot 3^{\sin^2 x}$

2. Найти  $y'(0)$ ,  $y''(0)$  для  $y = (2x^3 + 1) \cdot \cos x$

3..  $y = \frac{\sqrt{x} + \operatorname{arctg} x}{\cos x}$ ;  $dy$ —?

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{x^2 - 3x + 2}$

б.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^{3x} - 7^x}{\operatorname{arcsin} 3x - 5x^2}$

5. Показать, что функция  $y = e^{-x} \sin 3x$  удовлетворяет дифференциальному уравнению  $y'' + 2y' + 10y = 0$ .

**Вариант 2**

1. Найти  $f'(x)$ :  $f(x) = \operatorname{tg} 2x \cdot \ln \frac{1}{x} + \frac{\operatorname{arcsin} \sqrt{x}}{x} + 3^{x^2}$

2. Найти  $y'(1)$ ,  $y''(1)$  для  $y = \frac{\ln x}{x^3}$

3. Тело движется по закону:  $x(t) = \frac{2t^3}{3} + \frac{t^2}{2} + 3t$  вдоль оси  $Ox$ . Найти скорость и ускорение в момент времени  $t = 3$ .

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

а.  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x}$

б.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{2x} - 5^{3x}}{2x - \operatorname{arctg} 3x}$

5. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = 5x^2 - 2x + 3$ , параллельной прямой  $y = 5 - 12x$ .

**Вариант 3**

1. Найти  $f'(x)$ :  $f(x) = \log_2 \frac{\cos x}{x} - 3^{\operatorname{arcsin} \frac{1}{x}} + x \cdot \sin(2x - 3)$

2. Найти  $y'(0)$ ,  $y''(0)$  для  $y = (4x + 3) \cdot e^{-x}$

3.  $y = \frac{\frac{3}{\sqrt{2x}} - 3 \operatorname{arctg} 4x}{\ln(3x + 2)}$ ;  $dy$ —?

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:



$$a. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{arctg}(x^2 - 2x)}{\sin(3\pi x)}$$

$$б. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{e^{x^2} - 1}$$

5. Показать, что функция  $y = 3e^{2x} \cdot \cos 5x$  удовлетворяет дифференциальному уравнению  $y'' - 4y' + 29y = 0$ .

#### Вариант 4

1. Найти  $f'(x)$ :  $f(x) = x \cdot \ln\left(\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right) - 3^{\cos \frac{\pi x}{2}} + \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

2. Найти  $y'(0)$ ,  $y''(0)$  для  $y = e^x \cdot \sin 2x$

3. Точка движется по прямой по закону:  $S(t) = 5t^2 - 10t + 1$ . Определить скорость и ускорение точки в момент времени  $t = 2$ .

4. Вычислить пределы по правилу Лопиталья:

$$a. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2^{\sin \pi x} - 1}{\ln(x^3 - 6x - 8)}$$

$$б. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 2^{7x}}{\operatorname{tg} 3x - x}$$

5. В каких точках касательная к графику функции  $y = x^3 - 12x^2 + 36x - 1$  параллельна оси  $Ox$ .

**Раздел 4. Примеры вопросов к контрольной работе № 3. Контрольная работа содержит 5 вопросов по 4 балла за вопрос.**

#### Вариант 1.

1. Найти интервалы возрастания, убывания и экстремумы функции  $y = (2x+1)e^{\frac{-x^2}{3}}$ .

Вычислить интегралы:

2.  $\int (3-x) \sin \frac{x}{2} dx$ ;

3.  $\int \cos^3 3x \cdot \sin^7 3x dx$ ;

4.  $\int \frac{3x^2 + x - 6}{x^3 + 2x^2} dx$ ;

5.  $\int_{-1}^7 \frac{5-2x}{\sqrt{x+2}} dx$ .

#### Вариант 2.

1. Найти интервалы возрастания, убывания и экстремумы функции  $y = \frac{x^2 - 6x + 13}{x - 3}$ .

Вычислить интегралы:

2.  $\int (3x - 4) \cos 6x dx$ ;

3.  $\int \cos^3 \frac{x}{2} \cdot \sin^6 \frac{x}{2} dx$

4.  $\int \frac{x^2 - 3x - 7}{(x-2)(x^2+5)} dx$ .

5.  $\int_{-1}^2 \frac{2x+1}{\sqrt{x+2}} dx$

### Вариант 3.

1. Найти промежутки выпуклости, вогнутости и точки перегиба графика функции

$$y = \frac{x}{x^2 + 1}.$$

Вычислить интегралы:

2.  $\int (8x^3 - 6x^2 + x) \ln x dx;$

3.  $\int \operatorname{ctg}^2 5x dx;$

4.  $\int \frac{5x^2 - 2x + 1}{(3x + 1)(x^2 + 1)} dx.$

5.  $\int_0^3 \frac{dx}{2 + \sqrt{x + 1}}.$

### Вариант 4.

1. Найти асимптоты графика функции

$$y = \frac{x^3 - 3x}{x^2 - 1}.$$

Вычислить интегралы:

2.  $\int (2x + 1)e^{4x} dx;$

3.  $\int \cos^4 2x \cdot \sin^5 2x dx;$

4.  $\int \frac{2x^2 + 3x - 12}{x^3 - 4x^2} dx.$

5.  $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} dx$

## 2 СЕМЕСТР

**Раздел 5. Примеры вопросов к контрольной работе № 4. Контрольная работа содержит 5 вопросов по 4 балла за вопрос.**

### Вариант 1.

1. Найти  $dz$  если  $z = \frac{\operatorname{tg}^3 3x}{\sqrt{y}}$

2. Найти  $\frac{dz}{dx}$  если  $z = \ln(e^x - e^y)$ , где  $y = \operatorname{ctg} 5x$ .

3. Найти производную функции  $u = \operatorname{arctg} \frac{xy}{z}$  в точке  $M(1; 2; 2)$  в направлении идущем из точки  $M$  в точку  $N(2; 3; -3)$

4. Найти  $\vec{grad} u$  в точке  $M(1; 0; -3)$  его длину и направление, если  $u = \ln(x^2 + y^2) + xyz$

5. Найти экстремумы функции  $z = -3x + xy - x^2 + 3y - y^2 + 1$

### Вариант 2.

1. Найти  $du$  в точке  $M(2; -1; 2)$  если  $u = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + zx$

2. Найти  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$  если  $z = x^2 \ln y$ , где  $x = \frac{u}{v}$ ,  $y = 3u - 2v$ .

3. Найти производную функции  $u = \frac{\cos^2 y}{5x - 2z}$  в точке  $M(1; \frac{\pi}{4}; 2)$  в направлении составляющем равные острые углы с осями координат.

4. Найти величину наибольшей скорости изменения функции  $u = x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 3x - 2y - 6z$  в точке  $M(1; 1; 1)$ .

5. Найти экстремумы функции  $z = 6x - 4y - x^2 - y^2 + 10$

### Вариант 3.

1. Найти  $dz$  если  $z = \arctg \sqrt{x^y}$ .

2. Найти  $\frac{dz}{dx}$  если  $z = \operatorname{tg} \frac{\sqrt{2y}}{x}$ , где  $y = 5^{-x}$ .

3. Найти производную функции  $u = \frac{3z}{x^2 + y^2 + z^2}$  в точке  $M(1; -1; 1)$  в направлении вектора  $2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ .

4. Найти  $\operatorname{grad} u$  в точке  $M(1; 1; -2)$  его длину и направление, если  $u = \ln(2x + y) + x^3 y z^2$ .

5. Найти экстремумы функции  $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$ .

### Вариант 4.

1. Найти  $dz$  если  $z = \ln(y + \sqrt{x^2 + y})$ .

2. Найти  $\frac{\partial z}{\partial u}$  и  $\frac{\partial z}{\partial v}$  если  $z = \sin^2(2x + 3y)$ , где  $x = \frac{u+1}{v}$ ,  $y = u \cos v$ .

3. Найти производную функции  $u = e^{3x - \sin \pi y}$  в точке  $M(-1; 0)$  в направлении идущем из точки  $M$  в точку  $N(3; 4)$ .

4. Найти  $\operatorname{grad} u$  в точке  $M(2; 2; 1)$  его длину и направление, если  $u = \ln(x^2 + y^2 - z^2 + 1)$ .

5. Найти экстремумы функции  $z = 4x - 4y - x^2 - y^2$ .

**Раздел 6. Примеры вопросов к контрольной работе № 5. Контрольная работа содержит 5 вопросов по 4 балла за вопрос.**

### Вариант 1

Изменить порядок интегрирования:

1.  $\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x^2} f(x; y) dy$ .

$$2. \int_1^e dy \int_{\ln y}^{e+1-y} f(x, y) dx$$

Вычислить:

$$3. \iint_D (2x - y) dx dy, \quad D: \quad y = x^2; y = x; x = 2.$$

$$4. \iint_D \left(1 + \frac{y^2}{x^2}\right) dx dy, \quad D: \quad x^2 + y^2 \geq \pi; x^2 + y^2 \leq 4\pi; y \geq 0; y \leq x.$$

$$5. \text{Найти площадь области, ограниченной линиями: } x + y^2 = 1; \quad y + 2x + 1 = 0.$$

### Вариант 2

Изменить порядок интегрирования:

$$1. \int_{-1}^1 dy \int_{y^2-1}^{1-y^2} f(x; y) dx.$$

$$2. \int_0^1 dx \int_{2x}^{\sqrt{5-x^2}} f(x, y) dy$$

Вычислить:

$$3. \iint_D (x - y) dx dy, \quad D: \quad y = 2 - x^2; y = 2x - 1; x \geq 0.$$

$$4. \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2 + 1}, \quad D: \quad x^2 + y^2 \leq 1; x \geq 0.$$

$$5. \text{Найти площадь области, ограниченной линиями: } x + y = 1; \quad x - 1 = 0; \quad y = e^x.$$

### Вариант 3

Изменить порядок интегрирования:

$$1. \int_0^1 dx \int_x^{2-x^2} f(x; y) dy.$$

$$2. \int_0^3 dy \int_4^{\sqrt{25-y^2}} f(x, y) dx$$

Вычислить:

$$3. \iint_D (x + 2y) dx dy, \quad D: \quad y = x; 2y = x; x = 2.$$

$$4. \iint_D (x^2 + y^2) dx dy, \quad D: \quad x^2 + y^2 \leq 2x.$$

$$5. \text{Найти площадь области, ограниченной линиями: } y^2 = 1 + x; \quad y - x + 1 = 0.$$

### Вариант 4

Изменить порядок интегрирования:

$$1. \int_0^2 dy \int_{2-y}^{4-y^2} f(x; y) dx$$

$$2. \int_0^1 dx \int_{-\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x}} f(x, y) dy$$

Вычислить:

$$3. \iint_D (x+y) dx dy, \quad D: y=x; y+x=4; x=0.$$

$$4. \iint_D \sqrt{x^2+y^2} dx dy, \quad D: x^2+y^2 \geq 1; x^2+y^2 \leq 4.$$

5. Найти площадь области, ограниченной линиями:  $y=2-x^2$ ;  $y=x$ ;  $x \geq 0$ .

## Раздел 7. Примеры вопросов к контрольной работе № 6. Контрольная работа содержит 5 вопросов по 4 балла за вопрос.

### Вариант 1

$$1. \text{ Вычислить: } \int_l (x^2 - y^2) dx + xy dy, \text{ если } l: \text{ прямая } AB, A(1;1), B(3;4)$$

$$2. \text{ Вычислить по формуле Грина: } \oint_C xy dx + y^2 dy, \text{ если } C: x^2 + y^2 = 4$$

$$3. \text{ Вычислить: } \iint_D (x-y) dx dy, \text{ если } D: x+y=2; y=x; y=0$$

$$4. \text{ Вычислить по формуле Грина: } \oint_C x^2 y dx - xy^2 dy, \text{ если } C: x^2 + y^2 = 1$$

$$5. \text{ Вычислить: } \int_{(0;0)}^{(2;2)} (y^2 + 2xy) dx + (2xy + x^2) dy$$

### Вариант 2

$$1. \text{ Вычислить: } \int_l 2xy dx - x^2 dy, \text{ если } l: x=2y^2 \text{ от точки } O(0;0) \text{ до точки } A(2;1)$$

$$2. \text{ Вычислить по формуле Грина: } \oint_C 2xy dy - y^2 dx, \text{ если } C: x^2 + y^2 = R^2$$

$$3. \text{ Вычислить: } \int_l \frac{dx}{y^2} + x^2 dy, \text{ если } l: y = \frac{1}{x} \text{ от точки } A(1;1) \text{ до точки } B(4;1/4)..$$

$$4. \text{ Вычислить по формуле Грина: } \oint_C x^3 dx + xy dy, \text{ если } C: x^2 + y^2 = R^2$$

$$5. \text{ Вычислить: } \int_{(1;2)}^{(3;4)} \frac{y}{x} dx + (y + \ln x) dy$$

### Вариант 3

$$1. \text{ Вычислить: } \int_l x^2 dx + \frac{dy}{y^2}, \quad l: y = \frac{1}{x} \text{ от точки } A(1;1) \text{ до точки } B(5;1/5)$$

2. Вычислить по формуле Грина:  $\oint_C (x + 2y^3)dx + (3y^2 - y)dy$ , если  $C: x^2 + y^2 = 1$
3. Вычислить:  $\int_l \cos^3 x dx + y dy$ , если  $l: y = \sin x$  от точки  $A(0;0)$  до точки  $B\left(\frac{\pi}{2}; 1\right)$ .
4. Вычислить по формуле Грина:  $\oint_C (x + 2x^2)dx - (3x^3 + y)dy$ , если  $C: x^2 + y^2 = 4$
5. Вычислить:  $\int_{(2;3)}^{(3;4)} (6xy^2 + 2x^3)dx + (6x^2y + 3y^2)dy$

### 3 СЕМЕСТР

**Раздел 8. Примеры вопросов к контрольной работе № 7. Контрольная работа содержит 5 вопросов по 4 балла за вопрос.**

#### Вариант № 1

- 1)  $(\sqrt{xy} - x)dy + ydx = 0, y(1) = 1$
- 2)  $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos^3 x}$
- 3)  $(e^x \sin y + x)dx + (e^x \cos y + y)dy = 0$
- 4)  $2x + 2xy^2 + \sqrt{2 - x^2} y' = 0$
- 5)  $(1 - x^2 y)dx + x^2 (y - x)dy = 0$

#### Вариант № 2

- 1)  $y' = \frac{ye^x + y}{x}, y(1) = 0$
- 2)  $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$
- 3)  $\frac{y}{x} dx + (y^3 + \ln x) dy = 0$
- 4)  $2x dx - y dy = yx^2 dy - xy^2 dx$
- 5)  $(2e^x + y^4) dy - ye^x dx = 0$

#### Вариант № 3

- 1)  $xy' - y + \sqrt{x^2 + y^2} = 0, y(1) = 0$
- 2)  $xy' + y - e^x = 0$
- 3)  $\frac{3x^2}{\sqrt{y}} dx + \left( \ln y - \frac{x^3}{2\sqrt{y^3}} \right) dy = 0$
- 4)  $(1 + e^x)yy' = e^x$
- 5)  $(x^2 \cos x - y)dx + xdy = 0$

#### Вариант № 4

- 1)  $y' = \frac{x+y}{x-y}, y(1) = 0$
- 2)  $xy'(x-1) + y = x^2(2x-1)$
- 3)  $(x \cos 2y + 1)dx - x^2 \sin 2y dy = 0$
- 4)  $3(x^2 y + y)dy + \sqrt{2 + y^2} dx = 0$
- 5)  $(y + \ln x)dx - xdy = 0$

**Раздел 9, 10. Примеры вопросов к контрольной работе № 8. Контрольная работа содержит 5 вопросов по 4 балла за вопрос.**

#### Вариант № 1

1.  $4y^3 y'' = y^4 - 1; y(0) = \sqrt{2}; y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}.$
2.  $y'' x \ln x = y'$
3.  $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} \sin 6x$
4.  $y'' - 2y' + y = e^x \ln x$
5.  $\begin{cases} x' = x - 3y, \\ y' = 3x + y. \end{cases}$

**Вариант № 2**

1.  $y'' + 2 \sin y \cos^3 y = 0; y(0) = 0; y'(0) = 1$
2.  $y'' - y' = 2x + 3;$
3.  $y'' - 2y' + 2y = (6x - 11)e^{-x}$
4.  $y'' + 4y = \frac{1}{\cos 2x}$
5.  $\begin{cases} x' + x - 8y = 0, \\ y' - x - y = 0. \end{cases}$

**Вариант № 3**

1.  $y'' \cdot y^3 + 49 = 0, y(3) = -7; y'(3) = -1.$
2.  $y'' \cdot \operatorname{ctg} 2x + 2y' = 0$
3.  $y'' + 2y' = 6e^x (\sin x + \cos x);$
4.  $y'' - 2y' + y = 3e^x \sqrt{x-1}.$
5.  $\begin{cases} x' = -7x + y, \\ y' = -5y - 2x. \end{cases}$

**Вариант № 4**

1.  $y'' + 8 \sin y \cdot \cos^3 y = 0, y(0) = 0; y'(0) = 2.$
2.  $y'' + \frac{2x}{x^2 + 1} y' = 2x$
3.  $y'' + 3y' + 2y = (1 - 2x)e^{-x}$
4.  $y'' + 16y = \operatorname{ctg} 4x$
5.  $\begin{cases} x' = 2y - 3x, \\ y' = y - 2x. \end{cases}$

**Раздел 11. Примеры вопросов к контрольной работе № 9. Контрольная работа содержит 5 вопросов по 4 балла за вопрос.**

**Вариант 1.**

Исследовать ряды на сходимость

1. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[4]{n^3}}{\sqrt{n^3+3}}$$

2. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+2) \cdot \ln^2(3n+2)}$$

Исследовать на абсолютную и условную сходимость

3. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{(n+1)(n+2)(n+3)}$$

4. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n^2+1}$$

5. Найти область сходимости степенного ряда: 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^{2n}}{4^n \cdot \sqrt{n(n+1)}}$$

**Вариант 2.**

Исследовать ряды на сходимость

1. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n-3}{\sqrt{2n^3+1}}$$

2. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10n+1}{(3n+2)!}$$

Исследовать на абсолютную и условную сходимость

3. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+1}{2^n}$$

4. 
$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{n \ln n}$$

5. Найти область сходимости степенного ряда 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{(n+1) \cdot \ln(n+1)}$$

**Вариант 3.**

Исследовать ряды на сходимость

1. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+7}{3n^3+n}$$

2. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(8n-3) \cdot \sqrt{\ln(8n-3)}}$$



Исследовать на абсолютную и условную сходимость

3. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n+2}{5^n}.$$

4. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{5n+1}{\sqrt{4n^3+7}}.$$

5. Найти область сходимости степенного ряда 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x-3)^n}{5^n \cdot (n+1)}$$

#### Вариант 4.

Исследовать ряды на сходимость

1. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^{n-1}}{5n-2}.$$

2. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\operatorname{arctg}(3n+2)}}{1+(3n+2)^2}.$$

Исследовать на абсолютную и условную сходимость

3. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{7n+3}{n(9n+2)}.$$

4. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\ln(n+1)}.$$

5. Найти область сходимости степенного ряда 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(4n+1) \cdot 4^n}$$

#### 4 СЕМЕСТР

**Раздел 12. Примеры вопросов к контрольной работе № 10. Контрольная работа содержит 5 вопросов по 6 баллов за вопрос.**

##### Вариант 1

- 1) Сколько четырехзначных чисел, делящихся на 5, можно составить из цифр  $\{0,1,4,5,9\}$ , если каждое число не должно содержать одинаковых цифр?
- 2) В цехе работают 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам наудачу отобрали 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 3 женщины.
- 3) Три стрелка стреляют по одной мишени. Первый попадает с вероятностью  $p_1 = 0,8$ , второй –  $p_2 = 0,7$ , третий –  $p_3 = 0,6$ . Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадет хотя бы один стрелок.
- 4) В первой коробке находится 20 батареек для фонарика, из них 18 годных к употреблению. Во второй коробке – 10 батареек, из них – 9 годных. Из второй коробки наудачу взяли 2 батарейки и переложили в первую. Найти вероятность того, что батарейка, наудачу извлеченная из первой коробки, будет годной.
- 5) Вероятность попадания мячом в корзину для данного баскетболиста равна 0,8. Игрок делает три броска. Какова вероятность того, что все три раза он попал?

### Вариант 2

- 1) Игральная кость подбрасывается один раз. Найти вероятность того, что число выпавших очков кратно трем.
- 2) Из водоема, в котором находится 10 рыб, вылавливают 6 рыб, помечают и выпускают их обратно. Найти вероятность того, что второй улов того же объема содержит 4 меченые рыбы.
- 3) В урне 12 шаров, из которых 7 белых. Наудачу вытаскивается один шар, а затем возвращается обратно в урну. Найти вероятность хотя бы одного извлечения белого шара, если шар извлекали дважды.
- 4) В пирамиде установлены 15 винтовок, 10 из них снабжены оптическим прицелом. При стрельбе из винтовки с оптическим прицелом вероятность поражения мишени – 0,9, а при стрельбе из обычной винтовки – 0,7. Какова вероятность того, что стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки? Найти также вероятность того, что мишень поражена из винтовки с оптическим прицелом.
- 5) Вероятность появления события в каждом из 3000 независимых испытаний равна 0,75. Найти вероятность того, что событие появится не менее 1480 раз.

### Раздел 12. Примеры вопросов к контрольной работе № 11. Контрольная работа содержит 5 вопросов по 6 баллов за вопрос.

#### Вариант 1

- 1) Случайная величина  $\xi$  имеет ряд распределения:

$\xi$	-4	-2	0	1	2
$p$	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

Найти математическое ожидание  $M[\xi]$ , дисперсию  $D[\xi]$ , функцию распределения  $F(x)$ .

- 2) В ящике 7 белых шаров и 3 черных. Наудачу берут 2 шара. Случайная величина  $\xi$  – число черных шаров среди взятых. Построить вероятностный ряд для  $\xi$ . Найти ее  $M[\xi]$  и  $D[\xi]$ .

- 3) Плотность распределения вероятностей случайной величины  $\xi$  имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} 2(x-1), & x \in [1; 2] \\ 0, & x \notin [1; 2] \end{cases}$$

Найти: функцию распределения вероятностей  $F(x)$  и ее график,  $M[\xi]$ ,  $D[\xi]$ ,  $P(1,5 < \xi < 3)$ .

- 4) Случайная величина  $\xi$  распределена равномерно на  $[1; 7]$ . Написать  $f(x)$  и  $F(x)$ . Найти  $M[\xi]$  и  $D[\xi]$ . Вычислить  $P(0 \leq \xi \leq 4)$ .

- 5) Случайная величина  $\xi$  распределена нормально с математическим ожиданием  $M[\xi] = 0$  и дисперсией  $D[\xi] = 3$ . Написать функцию плотности распределения вероятностей  $f(x)$  и вычислить  $P(-1 \leq \xi \leq 3)$ .

#### Вариант 2

- 1) Случайная величина  $\xi$  имеет ряд распределения:

$\xi$	1	3	4	6	7
-------	---	---	---	---	---

$p$	0,1	0,1	0,3	0,4	0,1
-----	-----	-----	-----	-----	-----

Найти математическое ожидание  $M[\xi]$ , дисперсию  $D[\xi]$ , функцию распределения  $F(x)$

2) В ящике 6 белых шаров и 4 черных. Наудачу берут 2 шара. Случайная величина  $\xi$  – число черных шаров среди взятых. Построить вероятностный ряд для  $\xi$ . Найти ее  $M[\xi]$  и  $D[\xi]$ .

3) Плотность распределения вероятностей случайной величины  $\xi$  имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - \frac{x}{2}, & x \in [2; 4] \\ 0, & x \notin [2; 4] \end{cases}$$

Найти: функцию распределения вероятностей  $F(x)$  и ее график,  $M[\xi]$ ,  $D[\xi]$ ,  $P(3 < \xi < 5)$ .

4) Случайная величина  $\xi$  распределена нормально с математическим ожиданием  $M[\xi] = 0$  и дисперсией  $D[\xi] = 4$ . Написать функцию плотности распределения вероятностей  $f(x)$  и вычислить  $P(-2 \leq \xi \leq 4)$

5) Случайная величина  $\xi$  распределена равномерно на  $[2; 10]$ . Написать  $f(x)$  и  $F(x)$ . Найти  $M[\xi]$  и  $D[\xi]$ . Вычислить  $P(1 \leq \xi \leq 5)$ .

**Раздел 13. Примеры вопросов к контрольной работе № 12. Контрольная работа содержит 4 вопроса по 10 баллов за вопрос.**

**Вариант 1**

1. По заданной выборке

45	46	58	59	47	55	58	46	45
38	40	41	62	43	61	40	42	50
58	41	51	44	47	47	47		

- 1) составить вариационный ряд;
- 2) вычислить относительные частоты;
- 3) построить полигон относительных частот;
- 4) составить эмпирическую функцию распределения;
- 5) построить график эмпирической функции распределения;
- 6) найти оценки математического ожидания, дисперсии и среднеквадратичного отклонения ( $\bar{x}_e, D_e, \sigma = \sqrt{D_e}, S^2, S = \sqrt{S^2}$ ).

2. По заданной выборке

1,0	1,1	1,3	0,9	1,2	1,1	0,8	1,0	1,2
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- 1) составить вариационный ряд;
- 2) построить доверительные интервалы при  $\gamma = 0,95$  для
  - а) математического ожидания при известной дисперсии  $\sigma = S$ ;
  - б) математического ожидания при неизвестной дисперсии;
  - в) среднеквадратичного отклонения.

3. По двум независимым выборкам, объемы которых  $n = 12$  и  $m = 16$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$  с неизвестными дисперсиями, найдены

исправленные дисперсии:  $s_X^2 = 9,52$  и  $s_Y^2 = 4,1$ . При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу  $H_0 : D[X] = D[Y]$  при конкурирующей гипотезе  $H_1 : D[X] > D[Y]$ .

4. Средняя производительность машины составляет 200 единиц/час, с  $\sigma = \sqrt{D[\xi]} \sigma = 20$  единиц/час. Предложено усовершенствование машины. Произведено 9 опытов на усовершенствованных образцах, средняя производительность составила 215 единиц/час. С уровнем значимости  $\alpha = 0,01$  проверьте, значимо ли повышение производительности.

### Вариант 2

1. По заданной выборке

7	4	9	13	9	9	13	9	11
11	11	5	12	9	10	15	14	10
10	12	8	10	11	10	4		

- 1) составить вариационный ряд;
- 2) вычислить относительные частоты;
- 3) построить полигон относительных частот;
- 4) составить эмпирическую функцию распределения;
- 5) построить график эмпирической функции распределения;
- 6) найти оценки математического ожидания, дисперсии и среднеквадратичного отклонения ( $\bar{x}_e, D_e, \sigma = \sqrt{D_e}, S^2, S = \sqrt{S^2}$ ).

2. По заданной выборке

2,0	2,1	2,5	1,9	2,3	2,4	2,2	2,3
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- 1) составить вариационный ряд;
- 2) построить доверительные интервалы при  $\gamma = 0,95$  для
  - а) математического ожидания при известной дисперсии  $\sigma = S$ ;
  - б) математического ожидания при неизвестной дисперсии;
  - в) среднеквадратичного отклонения.
3. Автомат, работающий со стандартным отклонением  $\sigma = 1$  г, фасует чай в пачки со средним весом  $a = 100$  г. В случайной выборке объемом  $n = 25$  пачек средний вес  $\bar{X} = 101,5$  г. Надо ли отрегулировать автомат? Доверительная вероятность  $\gamma = 0,95$ .
4. Средняя производительность машины составляет 200 единиц/час, с  $\sigma = \sqrt{D[\xi]} = 18$  единиц/час. Предложено усовершенствование машины. Произведено 10 опытов на усовершенствованных образцах, средняя производительность составила 200 единиц/час. С уровнем значимости  $\alpha = 0,01$  проверьте, значимо ли повышение производительности.

## 8.2. Вопросы для итогового контроля освоения дисциплины

(1 семестр – зачет с оценкой, 2 семестр – экзамен, 3 семестр – экзамен, 4 семестр – зачет)

### 8.2.1. Примеры контрольных вопросов для итогового контроля освоения дисциплины (1 семестр – зачет с оценкой)

Билет для зачета с оценкой включает контрольные вопросы по разделам 1-4 рабочей программы дисциплины и содержит 8 вопросов. 1 вопрос – 5 баллов, 2 вопрос – 5 баллов, 3 вопрос – 5 баллов, 4 вопрос – 5 баллов, 5 вопрос – 5 баллов, 6 вопрос – 5 баллов, 7 вопрос – 5 баллов, 8 вопрос – 5 баллов.

1. Векторы: координаты, проекция вектора на ось, направляющие косинусы.

2. Линейные операции над векторами.
3. Скалярное и Векторное произведение двух векторов, их свойства.
4. Смешанное произведение трех векторов и его свойства.
5. Прямая на плоскости. Различные виды уравнения прямой на плоскости.
6. Кривые второго порядка.
7. Уравнение плоскости.
8. Уравнение прямой в пространстве.
9. Комплексные числа, действия с комплексными числами.
10. Многочлены. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена на множители.
11. Рациональные дроби. Разложение рациональной дроби на сумму простейших дробей.
12. Матрицы, операции над матрицами.
13. Элементарные преобразования строк матрицы.
14. Приведение матрицы к ступенчатому виду и виду Гаусса.
15. Ранг матрицы. Ранг системы векторов.
16. Определитель квадратной матрицы, его свойства, методы вычисления.
17. Обратная матрица: свойства, способы построения.
18. Совместность и определенность системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
19. Решение систем линейных алгебраических уравнений с помощью обратной матрицы.
20. Решение систем линейных алгебраических уравнений с помощью правила Крамера.
21. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
22. Линейная однородная система алгебраических уравнений, ее фундаментальная система решений. Связь решений линейных однородных и неоднородных систем.
23. Собственные значения, собственные векторы матрицы.
24. Присоединенные векторы матрицы.
25. Последовательность. Предел числовой последовательности. Функция. Способы задания функции.
26. Предел функции в точке. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности.
27. Непрерывность функции. Точки разрыва функции и их классификация.
28. Производная функции: определение, геометрический смысл.
29. Правила вычисления производной.
30. Производная сложной функции.
31. Производные высших порядков.
32. Дифференцируемость функции. Теоремы о связи дифференцируемости с непрерывностью и с существованием производной.
33. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Инвариантность формы первого дифференциала.
34. Раскрытие неопределенностей (правило Лопиталя).
35. Исследование функции: область определения, четность (нечетность), точки пересечения с координатными осями, промежутки знакопостоянства, непрерывность, точки разрыва.
36. Асимптоты графика функции.
37. Достаточные условия монотонности функции.
38. Достаточные условия экстремумов функции.
39. Достаточные условия выпуклости, вогнутости, точки перегиба графика функции.

40. Общая схема исследования функции и построение графика.
41. Первообразная. Неопределенный интеграл. Теорема об общем виде первообразных.
42. Основные свойства неопределенного интеграла.
43. Таблица основных интегралов.
44. Методы интегрирования: табличный, разложения.
45. Интегрирование подведением под знак дифференциала.
46. Интегрирование с помощью замены переменной.
47. Определенный интеграл: определение, свойства.
48. Формула Ньютона - Лейбница.
49. Вычисление определенного интеграла с помощью замены переменной.
50. Некоторые приложения определенного интеграла.
51. Интегралы с бесконечными пределами: определения, свойства.

### **8.2.2. Примеры контрольных вопросов для итогового контроля освоения дисциплины (2 семестр – экзамен)**

Экзаменационный билет включает контрольные вопросы по разделам 5-7 рабочей программы дисциплины и содержит 8 вопросов. 1 вопрос – 5 баллов, 2 вопрос – 5 баллов, 3 вопрос – 5 баллов, 4 вопрос – 5 баллов, 5 вопрос – 5 баллов, 6 вопрос – 5 баллов, 7 вопрос – 5 баллов, 8 вопрос – 5 баллов.

1. Функции нескольких переменных: область определения, линии уровня, геометрическая интерпретация.
2. Предел функции в точке, частные производные первого и второго порядков функции нескольких переменных.
3. Частные производные первого порядка.
4. Частные производные второго порядка.
5. Полный дифференциал (для функции двух переменных).
6. Производная сложной функции.
7. Производная функции по направлению.
8. Градиент функции и его свойства.
9. Экстремумы функции двух переменных: необходимое и достаточное условия экстремума.
10. Условный экстремум (метод множителей Лагранжа).
11. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.

### **8.2.3. Примеры контрольных вопросов для итогового контроля освоения дисциплины (3 семестр – экзамен)**

Экзаменационный билет включает контрольные вопросы по разделам 8-11 рабочей программы дисциплины и содержит 8 вопросов. 1 вопрос – 5 баллов, 2 вопрос – 5 баллов, 3 вопрос – 5 баллов, 4 вопрос – 5 баллов, 5 вопрос – 5 баллов, 6 вопрос – 5 баллов, 7 вопрос – 5 баллов, 8 вопрос – 5 баллов.

1. Дифференциальные уравнения: определения, порядок, решение, общее решение.
2. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям.
3. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.

4. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
5. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
6. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с переменными коэффициентами: свойства решений, структура общего решения.
7. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами (метод Эйлера).
8. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами (метод вариации).
9. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод подбора в случае правой части вида квазимногочлена.
10. Основные уравнения математической физики.
11. Числовые ряды: основные понятия, свойства сходящихся рядов.
12. Необходимый признак сходимости.
13. Гармонический ряд. Ряды Дирихле.
14. Признаки сравнения рядов с положительными членами.
15. Признак Даламбера.
16. Интегральный и радикальный признаки Коши.
17. Знакопередающиеся ряды: признак Лейбница.
18. Знакопеременные ряды: абсолютная и условная сходимости.
19. Признак абсолютной сходимости.
20. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.
21. Степенные ряды: радиус, интервал, область сходимости.
22. Свойства степенных рядов.
23. Ряды Тейлора и Маклорена: свойства, основные разложения.
24. Разложение функции в ряд Маклорена с помощью основных разложений.
25. Ряды Фурье: определение, свойства.
26. Разложение периодической функции в ряд Фурье.
27. Разложение непериодической функции в ряд Фурье.

#### **8.2.4. Примеры контрольных вопросов для итогового контроля освоения дисциплины (4 семестр – зачет)**

Итоговый контроль по дисциплине не предусмотрен.

Фонд оценочных средств приведен в виде отдельного документа, являющегося неотъемлемой частью основной образовательной программы.

### **8.3. Структура и примеры билетов для экзамена**

#### **1 СЕМЕСТР**

Зачет с оценкой по дисциплине «Математика» проводится в 1 семестре и включает контрольные вопросы по разделам 1-4 рабочей программы дисциплины. Билет для зачета с оценкой состоит из 8 вопросов, относящихся к указанным разделам.

«Утверждаю» Зав. Кафедрой высшей математики  _____ Рудаковская Е.Г. «__» _____ 20__ г.	<b>Министерство науки и высшего образования РФ</b>
	<b>Российский химико-технологический университет имени Д. И. Менделеева</b>
	<b>Кафедра высшей математики</b>
	<b>22.03.01 Материаловедение и технологии материалов</b>
	<b>Математика</b>
<b>БИЛЕТ № 1</b>	
1. Теорема о свойствах интеграла с переменным верхним пределом. 2. Свойства пределов, связанные с неравенствами. 3. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} (1-x)^{7/x}$ 4. $y = \operatorname{arccotg} \ln x \cdot \operatorname{ctg} 5^x$ , $y' - ?$ 5. Найти интервалы возрастания и убывания функции $y = 2x^3 - 21x^2 - 48x + 8$ 6. Найти $\int \frac{(x+2)dx}{(x-1)(x+8)}$ 7. Вычислить $\int_{-2}^0 (x^2 + 2)e^{x/2} dx$ 8. Вычислить $\int_{\pi}^{2\pi} \frac{1 - \cos x}{(x - \sin x)^2} dx$	

«Утверждаю» Зав. Кафедрой высшей математики  _____ Рудаковская Е.Г. «__» _____ 20__ г.	<b>Министерство науки и высшего образования РФ</b>
	<b>Российский химико-технологический университет имени Д. И. Менделеева</b>
	<b>Кафедра высшей математики</b>
	<b>22.03.01 Материаловедение и технологии материалов</b>
	<b>Математика</b>
<b>БИЛЕТ № 2</b>	
1. Необходимое и достаточное условие существования асимптот функции (с доказательством). 2. Приложение определенных интегралов. 3. Вычислить: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{2x}$ 4. $y = \log_3(5x^2 - 3)$ , $y' - ?$ 5. Найти интервалы выпуклости и вогнутости функции $y = 3x^3 - 5x^2 + 2$ 6. Найти: $\int \frac{x}{x^2 + 9} dx$ 7. Найти: $\int \operatorname{ctg} x dx$ 8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: $S - ?$ , $y = x^3$ , $x = 1$ , $y = 0$	



## 2 СЕМЕСТР

Экзамен по дисциплине «Математика» проводится во 2 семестре и включает контрольные вопросы по разделам 5-7 рабочей программы дисциплины. Билет для экзамена состоит из 8 вопросов, относящихся к указанным разделам.

<p>«Утверждаю» Зав. Кафедрой высшей математики</p> <p style="text-align: right;">_____ Рудаковская Е.Г.</p> <p style="text-align: right;">«__» _____ 20__ г.</p>	<b>Министерство науки и высшего образования РФ</b>
	<b>Российский химико-технологический университет имени Д. И. Менделеева</b>
	<b>Кафедра высшей математики</b>
	<b>22.03.01 Материаловедение и технологии материалов</b>
	<b>Математика</b>
<b>БИЛЕТ № 1</b>	
<p>1. Теорема о производной сложной функции нескольких переменных (с док-вом).</p> <p>2. Формула для вычисления площади области <math>D: a \leq x \leq b, y_1(x) \leq y \leq y_2(x)</math></p> <p>3. Найти <math>\frac{\partial z(A)}{\partial \vec{l}}</math>, если <math>z = (2x - 1)y^2 + \frac{y}{x}</math>, <math>\vec{l} = (3; 4)</math>, <math>A(1; 2)</math></p> <p>4. Найти <math>\overline{grad}z(M)</math>, если <math>z = y^3 \sin 2x</math>, <math>M\left(\frac{\pi}{4}; 2\right)</math></p> <p>5. Изменить порядок интегрирования: <math>\int_{-1}^0 dx \int_{-2x}^2 f(x; y) dy</math></p> <p>6. Вычислить интеграл: <math>\iint_D (2-x) dx dy</math>, <math>D: y+x=2, y=x, x=2</math>.</p> <p>7. Вычислить работу силы <math>\vec{F} = (2y-x)\vec{i} + (2y+x)\vec{j}</math> при перемещении точки по прямой от точки <math>A(0; 3)</math> до точки <math>B(1; 5)</math>.</p> <p>8. Вычислить интеграл по формуле Грина:  <math>\oint_C (5x + 2xy) dx + (4y - 2x^2) dy</math>, <math>C: x=0, y=1, y=x</math>.</p>	

<p>«Утверждаю» Зав. Кафедрой высшей математики</p> <p style="text-align: right;">_____ Рудаковская Е.Г.</p> <p style="text-align: right;">«__» _____ 20__ г.</p>	<b>Министерство науки и высшего образования РФ</b>
	<b>Российский химико-технологический университет имени Д. И. Менделеева</b>
	<b>Кафедра высшей математики</b>
	<b>22.03.01 Материаловедение и технологии материалов</b>
	<b>Математика</b>
<b>БИЛЕТ № 2</b>	
<p>1. Теорема о среднем значении для двойного интеграла (с доказательством).</p> <p>2. Дифференциал второго порядка функции <math>z = f(x, y)</math>.</p> <p>3. Найти полную производную <math>\frac{dz}{dt}</math>, если <math>z = \ln(e^{2t} + 4\sqrt{x} - \sin y)</math> и <math>x = tgt</math>, <math>y = ctgt</math>.</p> <p>4. Найти <math>\frac{\partial z(A)}{\partial \vec{l}}</math>, если <math>z = (2x - 1)y^2 + \frac{y}{1+x}</math>, <math>\vec{l} = (3; 4)</math>, <math>A(1; 2)</math></p>	

5. Изменить порядок интегрирования:  $\int_0^1 dx \int_0^x f(x; y) dy + \int_1^2 dx \int_0^{2-x} f(x; y) dy$
6. Вычислить интеграл:  $\iint_D (x+1) dx dy, D: y+x=2, y=x, x=2$ .
7. Вычислить работу силы  $\vec{F} = (3y-2x)\vec{i} + (x+2y)\vec{j}$  при перемещении точки вдоль дуги параболы  $y = 5x - 2x^2 + 1$  от точки А(0;1) до точки В(1;4).
8. Вычислить:  $\int_{A(1;0)}^{B(3;2)} (6x-2y)dx + (3y-2x)dy$ .

### 3 СЕМЕСТР

Экзамен по дисциплине «Математика» проводится в 3 семестре и включает контрольные вопросы по разделам 8-11 рабочей программы дисциплины. Билет для экзамена состоит из 8 вопросов, относящихся к указанным разделам.

<p>«Утверждаю» Зав. Кафедрой высшей математики</p> <p>_____ Рудаковская Е.Г. «__» _____ 20__ г.</p>	<p><b>Министерство науки и высшего образования РФ</b></p>
	<p><b>Российский химико-технологический университет имени Д. И. Менделеева</b></p>
	<p><b>Кафедра высшей математики</b></p>
	<p><b>22.03.01 Материаловедение и технологии материалов</b></p>
	<p><b>Математика</b></p>
<p><b>БИЛЕТ № 1</b></p>	
<p>1. Построение общего решения ЛОДУ II-го порядка с постоянными коэффициентами в случае кратных корней характеристического уравнения (случай <math>D=0</math>) (с доказательством).</p> <p>2. Сформулировать теорему существования и единственности решения ДУ I-го порядка.</p> <p>3. Определение суммы и сходимости числового ряда. Перечислить свойства сходящихся рядов.</p> <p>4. Решить дифференциальное уравнение:  <math display="block">(\cos y + y \cdot \sin x)dx + (2y - x \cdot \sin y - \cos x)dy = 0</math></p> <p>5. Решить задачу Коши: <math>y'' \cdot \cos x = 2y' \cdot \sin x, y(0) = -1; y'(0) = 1</math></p> <p>6. Решить дифференциальное уравнение: <math>5y'' - y' = 5 - 2x</math></p> <p>7. Исследовать знакочередующийся ряд на абсолютную и условную сходимость:  <math display="block">\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{4^n + 1}</math></p> <p>8. Найти область сходимости степенного ряда: <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{\sqrt[3]{2n+1}}</math></p>	

«Утверждаю»	<b>Министерство науки и высшего образования РФ</b>
-------------	--

Зав. Кафедрой высшей математики  _____ Рудаковская Е.Г. «__» _____ 20__ г.	<b>Российский химико-технологический университет имени Д. И. Менделеева</b>
	<b>Кафедра высшей математики</b>
	<b>22.03.01 Материаловедение и технологии материалов</b>
	<b>Математика</b>
<b>БИЛЕТ № 2</b>	
1. Знакопередающиеся ряды. Доказать признак Лейбница.	
2. ДУ основные понятия: порядок, частное решение, общее решение, общий интеграл, задача Коши.	
3. ДУ в полных дифференциалах. Формулировка аналитического признака полного дифференциала.	
4. Решить дифференциальное уравнение: $xy' - y = x \cdot \operatorname{tg} \frac{y}{x}$	
5. Решить задачу Коши: $y'' \cdot y^3 + 1 = 0$ , $y(0) = 1$ , $y'(0) = 1$	
6. Решить дифференциальное уравнение: $y'' - 2y' + y = 2x(1 - x)$	
7. Исследовать числовой ряд на сходимость: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{7+3n}$	
8. Найти область сходимости степенного ряда:	
$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot (x-2)^n}{\sqrt{n+1}}$	

## 9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.

### 9.1. Рекомендуемая литература.

#### А) Основная литература:

1. «Сборник задач по высшей математике» (часть 1), Письменный Д.Т., Лунгу К.Н. –М., изд. «Айрис», 2010 г. – 575 с.: ил. – (Высшее образование).
2. «Сборник задач по высшей математике» (часть 2), Письменный Д.Т., Лунгу К.Н. –М., изд. «Айрис», 2010 г. – 592 с.: ил. – (Высшее образование).
3. «Конспект лекций по высшей математике», Письменный Д.Т. –М., изд. «Айрис», 2011 г. – 603 с.: ил. – (Высшее образование).
4. Теория вероятностей и математическая статистика. [Электронный ресурс]: учебник для прикладного бакалавриата: Электронная копия / В. Е. Гмурман. - 12-е изд. - М.: Юрайт, 2014.
5. Фролов А.Н. Краткий курс теории вероятностей и математической статистики, уч. пособие, Лань, 2017, 304 с.

#### Б) Дополнительная литература:

1. Дифференциальное и интегральное исчисление функции одной переменной. Рудаковская Е.Г., Рушайло М.Ф., Меладзе М.А., Гордеева Е.Л., Осипчик В.В. / Учебное пособие под ред. Рудаковской Е.Г., Рушайло М.Ф.: –М.: РХТУ им.Д.И.Менделеева, 2012. –108 с.

2. Дифференциальное и интегральное исчисление функции одной переменной (примеры и задачи). Рудаковская Е.Г., Аверина О.В., Воронов С.М., Старшова Т.Н., Хлынова Т.В., Ригер Т.В. /Учебное пособие под ред. Рудаковской Е.Г., –М.: РХТУ им.Д.И.Менделеева, 2013. –132 с.
3. Дифференциальное и интегральное исчисление функции многих переменных (теория и практика): учебное пособие / Е. Г. Рудаковская, Рушайло М.Ф., Шайкин А.Н., Меладзе М.А., Арсанукаев З.З., Воронов С.М. - М.: РХТУ им. Д.И. Менделеева, 2016. –120 с.
4. Обыкновенные дифференциальные уравнения: конспект лекций по высшей математике: учебное пособие / сост.: Е. М. Четкина, В. М. Азриэль, Е. Ю. Напеденина. - М.: РХТУ им. Д.И. Менделеева, 2012. – 64 с.
5. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы (примеры и задачи). Рудаковская Е.Г. Рушайло М.Ф., Хлынова Т.В., Ригер Т.В., Казанчян М.С., Ситин А.Г. /Учебное пособие под ред. Рудаковской Е.Г., Рушайло М.Ф., –М.: РХТУ им.Д.И.Менделеева, 2013. –116 с.
6. Ряды. Теория и практика. Рудаковская Е.Г., Арсанукаев З.З., Меладзе М.А., Напеденин Ю.Т. /Учебное пособие. –М.: РХТУ им. Д.И.Менделеева, 2011. –72 с.
7. Дифференциальное и интегральное исчисление функции многих переменных. Рудаковская Е.Г., РушайлоМ.Ф., Напеденина Е.Ю., Меладзе М.А, Хлынова Т.В. /Учебное пособие под ред. Рудаковской Е.Г., Рушайло М.Ф.: –М.: РХТУ им.Д.И.Менделеева, 2012. –92 с.
8. Дифференциальное и интегральное исчисление функции многих переменных (примеры и задачи). Рудаковская Е.Г., Меладзе М.А, Хлынова Т.В., Шайкин А.Н., Ригер Т.В., /Учебное пособие под ред. Рудаковской Е.Г., Шайкина А.Н.: –М.: РХТУ им.Д.И.Менделеева, 2012. –108 с.
9. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. [Электронный ресурс]: учебное пособие для прикладного бакалавриата: Электронная копия / В. Е. Гмурман. - 11-е изд. - М.: Юрайт, 2014. - 1 эл. опт. диск (CD-ROM).
10. Теория вероятностей и математическая статистика. Рудаковская Е.Г., РушайлоМ.Ф., Старшова Т.Н., Аверина О.В., Гордеева Е.Л., Изотова С.А. /Учебное пособие под ред. Рушайло М.Ф., Рудаковской Е.Г., –М.: РХТУ им.Д.И.Менделеева, 2012. –136 с.
11. Сборник расчетных работ по высшей математике. Том I. Дифференциальное и интегральное исчисление функции одной и нескольких переменных. Элементы алгебры. Рудаковская Е.Г., Рушайло М.Ф., Осипчик В.В., Старшова Т.Н., Ригер Т.Ф., Меладзе М.А., Бурухина Т.Ф., Шайкин А.Н., Иншакова К.А. /Учебное пособие в 3-х томах под ред. Рудаковской Е.Г.: –М.: РХТУ им.Д.И.Менделеева, 2016. –148 с.
12. Сборник расчетных работ по высшей математике. Том II. Обыкновенные дифференциальные уравнения и системы. Рудаковская Е.Г., Рушайло М.Ф., Осипчик В.В., Аверина О.А., Четкина Е.И., Напеденина Е.Ю., Напеденин Ю.Т., Иншакова К.А. /Учебное пособие в 3-х томах под ред. Рудаковской Е.Г.: –М.: РХТУ им.Д.И.Менделеева, 2016. –120 с.
13. Сборник расчетных работ по высшей математике. Том III. Теория вероятностей и математическая статистика. Рудаковская Е.Г., Напеденина Е.Ю., Осипчик В.В., Напеденин Ю.Т., Орлова В.Л., Шайкин А.Н., Иншакова К.А. /Учебное пособие в 3-х томах под ред. Рудаковской Е.Г.: –М.: РХТУ им.Д.И.Менделеева, 2017. –124 с.

## **9.2. Рекомендуемые источники научно-технической информации.**

- Раздаточный иллюстративный материал к лекциям.
- Презентации к лекциям
- Методические рекомендации
- Комплекс обучающих программ.

Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет:

-- - <http://kvm.muctr.ru/> – сайт кафедры высшей математики.

### **9.3. Средства обеспечения освоения дисциплины**

Для реализации рабочей программы подготовлены следующие средства обеспечения освоения дисциплины:

- компьютерные презентации интерактивных лекций – <https://moodle.muctr.ru/>, (общее число слайдов – 1280);
- банк тестовых заданий для текущего контроля освоения дисциплины (50 вариантов на каждую контрольную точку, всего 12 контрольных работ, общее число вариантов – 600);
- банк тестовых заданий для итогового контроля освоения дисциплины (50 билетов для итогового контроля, всего 3 итоговые аттестации, общее число билетов – 150).

## **10. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ**

Информационную поддержку изучения дисциплины осуществляет Информационно-библиотечный центр (ИБЦ) РХТУ им. Д.И. Менделеева, который обеспечивает обучающихся основной учебной, учебно-методической и научной литературой, необходимой для организации образовательного процесса по дисциплине. Общий объем многоотраслевого фонда ИБЦ на 01.01.2021 составляет 1 716 243 экз.

Фонд ИБЦ располагает учебной, учебно-методической и научно-технической литературой в форме печатных и электронных изданий, а также включает официальные, справочно-библиографические, специализированные отечественные и зарубежные периодические и информационные издания. ИБЦ обеспечивает доступ к профессиональным базам данных, информационным, справочным и поисковым системам.

Каждый обучающийся обеспечен свободным доступом из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет и к электронно-библиотечной системе (ЭБС) Университета, которая содержит различные издания по основным изучаемым дисциплинам и сформирована по согласованию с правообладателями учебной и учебно-методической литературы.

Для более полного и оперативного справочно-библиографического и информационного обслуживания в ИБЦ реализована технология Электронной доставки документов.

Полный перечень электронных информационных ресурсов, используемых в процессе обучения, представлен в основной образовательной программе

## **11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.**

В соответствии с учебным планом занятия по дисциплине «**Математика**» проводятся в форме лекций, практических занятий и самостоятельной работы обучающегося.

### **11.1. Оборудование, необходимое в образовательном процессе:**

Учебные аудитории для проведения лекционных и практических занятий, оборудованные традиционными учебными досками и учебной мебелью; библиотека, имеющая рабочие компьютерные места для студентов, оснащенные компьютерами с доступом к базам данных и выходом в Интернет.

### **11.2. Учебно-наглядные пособия:**

Учебно-методические пособия, разработанные на кафедре высшей математики, выложены на сайте кафедры <http://kvm.muctr.ru> и на сайте библиотеки РХТУ имени Д.И.Менделеева <https://lib.muctr.ru>.

### **11.3. Компьютеры, информационно-телекоммуникационные сети, аппаратно-программные и аудиовизуальные средства:**

Персональные компьютеры, принтеры, сканер и копировальный аппарат используются для подготовки раздаточных материалов.

### **11.4. Печатные и электронные образовательные и информационные ресурсы:**

Информационно-методические материалы: учебные пособия по дисциплине; раздаточный материал к разделам лекционного курса; раздаточный материал к практическим занятиям по дисциплине, комплекты контрольных и экзаменационных билетов.

Учебно-методические разработки в электронном виде; справочные материалы в печатном и электронном виде.

### 11.5. Перечень лицензионного программного обеспечения:

№ п.п.	Наименование программного продукта	Реквизиты договора поставки	Количество лицензий	Срок окончания действия лицензии
1.	Calculate Linux Desktop	Свободно распространяемое ПО	Не ограничено	Бессрочно
2.	LibreOffice	Свободно распространяемое ПО	Не ограничено	Бессрочно
3.	ABBYY FineReader	Свободно распространяемое ПО	Не ограничено	Бессрочно
4.	7-Zip	Свободно распространяемое ПО	Не ограничено	Бессрочно
5.	Google Chrome	Свободно распространяемое ПО	Не ограничено	Бессрочно
6.	VLC Media Player	Свободно распространяемое ПО	Не ограничено	Бессрочно
7.	Discord	Свободно распространяемое ПО	Не ограничено	Бессрочно
8.	Autodesk AutoCAD	Свободно распространяемое ПО	Не ограничено	Бессрочно
9.	IntelliJIDEA	Свободно распространяемое ПО	Не ограничено	Бессрочно
10.	FreeCAD	Свободно распространяемое ПО	Не ограничено	Бессрочно
11.	SMath Studio	Свободно распространяемое ПО	Не ограничено	Бессрочно
12.	Corel Academic Site Standard	Контракт № 90-133ЭА/2021 от 07.09.2021	Лицензия для активации на рабочих станциях, покрывает все рабочие места в университете	12 месяцев (ежегодное продление подписки с правом перехода на обновлённую версию продукта)
13.	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный Russian Edition.	Контракт № 90-133ЭА/2021 от 07.09.2021	500 лицензий	12 месяцев (ежегодное продление подписки с правом перехода на обновлённую версию продукта)
14.	GIMP	Свободно распространяемое ПО	Не ограничено	Бессрочно
15.	OBS (Open Broadcaster Software) Studio	Свободно распространяемое ПО	Не ограничено	Бессрочно

## 12. ТРЕБОВАНИЯ К ОЦЕНКЕ КАЧЕСТВА ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ

### Формы и методы контроля и оценки результатов освоения разделов

Наименование разделов	Основные показатели оценки	Формы и методы контроля и оценки
<b>1 семестр</b>		
<p><b>Раздел 1.</b> Элементы алгебры. Аналитическая геометрия на плоскости.</p>	<p>Знает: основы дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений; математические теории и методы, лежащие в основе построения математических моделей; основы применения математических моделей и методов.</p> <p>Умеет: выбирать математические методы, пригодные для решения конкретной задачи; использовать математические понятия, методы и модели для описания различных процессов; выявлять математические закономерности, лежащие в основе конкретных процессов; использовать основные методы статистической обработки данных; применять математические знания на междисциплинарном уровне.</p> <p>Владеет: основами фундаментальных математических теорий и навыками использования математического аппарата; методами статистической обработки информации.</p>	<p>Оценка за контрольную работу № 1 (1 семестр) Оценка на зачете с оценкой</p>
<p><b>Раздел 2.</b> Функция одной переменной. Предел функции. Непрерывность функции.</p>	<p>Знает: основы дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений; математические теории и методы, лежащие в основе построения математических моделей; основы применения математических моделей и методов.</p> <p>Умеет: выбирать математические методы, пригодные для решения конкретной задачи; использовать математические понятия, методы и модели для описания различных процессов; выявлять математические закономерности, лежащие в основе конкретных процессов; использовать основные методы статистической обработки данных; применять математические знания на междисциплинарном уровне.</p> <p>Владеет: основами фундаментальных математических теорий и навыками использования математического аппарата; методами статистической обработки информации.</p>	<p>Оценка за контрольную работу № 1 (1 семестр) Оценка на зачете с оценкой</p>



<p><b>Раздел 3.</b> Дифференциальное исчисление функции одной переменной.</p>	<p>Знает: основы дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений; математические теории и методы, лежащие в основе построения математических моделей; основы применения математических моделей и методов.</p> <p>Умеет: выбирать математические методы, пригодные для решения конкретной задачи; использовать математические понятия, методы и модели для описания различных процессов; выявлять математические закономерности, лежащие в основе конкретных процессов; использовать основные методы статистической обработки данных; применять математические знания на междисциплинарном уровне.</p> <p>Владеет: основами фундаментальных математических теорий и навыками использования математического аппарата; методами статистической обработки информации.</p>	<p>Оценка за контрольную работу № 2 (1 семестр) Оценка на зачете с оценкой</p>
<p><b>Раздел 4.</b> Интегральное исчисление функции одной переменной.</p>	<p>Знает: основы дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений; математические теории и методы, лежащие в основе построения математических моделей; основы применения математических моделей и методов.</p> <p>Умеет: выбирать математические методы, пригодные для решения конкретной задачи; использовать математические понятия, методы и модели для описания различных процессов; выявлять математические закономерности, лежащие в основе конкретных процессов; использовать основные методы статистической обработки данных; применять математические знания на междисциплинарном уровне.</p> <p>Владеет: основами фундаментальных математических теорий и навыками использования математического аппарата; методами статистической обработки информации.</p>	<p>Оценка за контрольную работу № 3 (1 семестр) Оценка на зачете с оценкой</p>
<p><b>2 семестр</b></p>		
<p><b>Раздел 5.</b> Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.</p>	<p>Знает: основы дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений; математические теории и методы, лежащие в основе построения математических моделей; основы применения математических моделей</p>	<p>Оценка за контрольную работу № 4 (2 семестр) Оценка на экзамене</p>

	<p>и методов.</p> <p>Умеет: выбирать математические методы, пригодные для решения конкретной задачи; использовать математические понятия, методы и модели для описания различных процессов; выявлять математические закономерности, лежащие в основе конкретных процессов; использовать основные методы статистической обработки данных; применять математические знания на междисциплинарном уровне.</p> <p>Владеет: основами фундаментальных математических теорий и навыками использования математического аппарата; методами статистической обработки информации.</p>	
<p><b>Раздел 6.</b> Кратные интегралы</p>	<p>Знает: основы дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений; математические теории и методы, лежащие в основе построения математических моделей; основы применения математических моделей и методов.</p> <p>Умеет: выбирать математические методы, пригодные для решения конкретной задачи; использовать математические понятия, методы и модели для описания различных процессов; выявлять математические закономерности, лежащие в основе конкретных процессов; использовать основные методы статистической обработки данных; применять математические знания на междисциплинарном уровне.</p> <p>Владеет: основами фундаментальных математических теорий и навыками использования математического аппарата; методами статистической обработки информации.</p>	<p>Оценка за контрольную работу № 5 (2 семестр) Оценка на экзамене</p>
<p><b>Раздел 7.</b> Криволинейные и поверхностные интегралы.</p>	<p>Знает: основы дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений; математические теории и методы, лежащие в основе построения математических моделей; основы применения математических моделей и методов.</p> <p>Умеет: выбирать математические методы, пригодные для решения конкретной задачи; использовать математические понятия,</p>	<p>Оценка за контрольную работу № 6 (2 семестр) Оценка на экзамене</p>

	<p>методы и модели для описания различных процессов; выявлять математические закономерности, лежащие в основе конкретных процессов; использовать основные методы статистической обработки данных; применять математические знания на междисциплинарном уровне.</p> <p>Владеет:</p> <p>основами фундаментальных математических теорий и навыками использования математического аппарата; методами статистической обработки информации.</p>	
<b>3 семестр</b>		
<p><b>Раздел 8.</b> Дифференциальные уравнения первого порядка.</p>	<p>Знает:</p> <p>основы дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений; математические теории и методы, лежащие в основе построения математических моделей; основы применения математических моделей и методов.</p> <p>Умеет:</p> <p>выбирать математические методы, пригодные для решения конкретной задачи; использовать математические понятия, методы и модели для описания различных процессов; выявлять математические закономерности, лежащие в основе конкретных процессов; использовать основные методы статистической обработки данных; применять математические знания на междисциплинарном уровне.</p> <p>Владеет:</p> <p>основами фундаментальных математических теорий и навыками использования математического аппарата; методами статистической обработки информации.</p>	<p>Оценка за контрольную работу № 7 (3 семестр) Оценка на экзамене</p>
<p><b>Раздел 9.</b> Дифференциальные уравнения второго порядка.</p>	<p>Знает:</p> <p>основы дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений; математические теории и методы, лежащие в основе построения математических моделей; основы применения математических моделей и методов.</p> <p>Умеет:</p> <p>выбирать математические методы, пригодные для решения конкретной задачи; использовать математические понятия, методы и модели для описания различных процессов; выявлять математические закономерности, лежащие в основе</p>	<p>Оценка за контрольную работу № 8 (3 семестр) Оценка на экзамене</p>

	<p>конкретных процессов; использовать основные методы статистической обработки данных; применять математические знания на междисциплинарном уровне.</p> <p>Владеет:</p> <p>основами фундаментальных математических теорий и навыками использования математического аппарата; методами статистической обработки информации.</p>	
<p><b>Раздел 10.</b> Системы дифференциальных уравнений.</p>	<p>Знает:</p> <p>основы дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений; математические теории и методы, лежащие в основе построения математических моделей; основы применения математических моделей и методов.</p> <p>Умеет:</p> <p>выбирать математические методы, пригодные для решения конкретной задачи; использовать математические понятия, методы и модели для описания различных процессов; выявлять математические закономерности, лежащие в основе конкретных процессов; использовать основные методы статистической обработки данных; применять математические знания на междисциплинарном уровне.</p> <p>Владеет:</p> <p>основами фундаментальных математических теорий и навыками использования математического аппарата; методами статистической обработки информации.</p>	<p>Оценка за контрольную работу № 8 (3 семестр) Оценка на экзамене</p>
<p><b>Раздел 11.</b> Числовые и функциональные ряды.</p>	<p>Знает:</p> <p>основы дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений; математические теории и методы, лежащие в основе построения математических моделей; основы применения математических моделей и методов.</p> <p>Умеет:</p> <p>выбирать математические методы, пригодные для решения конкретной задачи; использовать математические понятия, методы и модели для описания различных процессов; выявлять математические закономерности, лежащие в основе конкретных процессов; использовать основные методы статистической обработки данных; применять математические знания на междисциплинарном уровне.</p> <p>Владеет:</p>	<p>Оценка за контрольную работу № 9 (3 семестр) Оценка на экзамене</p>

	основами фундаментальных математических теорий и навыками использования математического аппарата; методами статистической обработки информации.	
<b>4 семестр</b>		
<b>Раздел 12.</b> Теория вероятностей. Случайные величины и их законы распределения.	<p><b>Знает:</b> основы дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений; математические теории и методы, лежащие в основе построения математических моделей; основы применения математических моделей и методов.</p> <p><b>Умеет:</b> выбирать математические методы, пригодные для решения конкретной задачи; использовать математические понятия, методы и модели для описания различных процессов; выявлять математические закономерности, лежащие в основе конкретных процессов; использовать основные методы статистической обработки данных; применять математические знания на междисциплинарном уровне.</p> <p><b>Владеет:</b> основами фундаментальных математических теорий и навыками использования математического аппарата; методами статистической обработки информации.</p>	<p>Оценка за контрольную работу № 10 (4 семестр)</p> <p>Оценка за контрольную работу № 11 (4 семестр)</p>
<b>Раздел 13.</b> Математическая статистика.	<p><b>Знает:</b> основы дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальных уравнений; математические теории и методы, лежащие в основе построения математических моделей; основы применения математических моделей и методов.</p> <p><b>Умеет:</b> выбирать математические методы, пригодные для решения конкретной задачи; использовать математические понятия, методы и модели для описания различных процессов; выявлять математические закономерности, лежащие в основе конкретных процессов; использовать основные методы статистической обработки данных; применять математические знания на междисциплинарном уровне.</p> <p><b>Владеет:</b> основами фундаментальных математических теорий и навыками использования</p>	<p>Оценка за контрольную работу № 12 (4 семестр)</p>

	математического аппарата; методами статистической обработки информации.	
--	---	--

### **13. ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Обучение инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется в соответствии с:

- Порядком организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (Приказ Минобрнауки РФ от 05.04.2017 № 301);

- Положением о порядке организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программ бакалавриата, программ специалитета, программ магистратуры в РХТУ им. Д.И. Менделеева, принятым решением Ученого совета РХТУ им. Д.И. Менделеева от 30.10.2019, протокол № 3, введенным в действие приказом ректора РХТУ им. Д.И. Менделеева от 14.11.2019 № 646А;

- Методическими рекомендациями по организации образовательного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащённости образовательного процесса (утверждены заместителем Министра образования и науки РФ А.А. Климовым от 08.04.2014 № АК-44/05вн).

Дополнения и изменения к рабочей программе дисциплины

«\_\_\_\_\_Математика\_\_\_\_\_»

основной образовательной программы

\_\_ 22.03.01 \_\_ «\_\_Материаловедение и технологии материалов\_\_»

код и наименование направления подготовки (специальности)

«\_\_\_\_\_»

наименование ООП

Форма обучения: \_\_очная\_\_

Номер изменения/ дополнения	Содержание дополнения/изменения	Основание внесения изменения/дополнения
1		протокол заседания Ученого совета № _____ от «__» _____ 20__ г.
		протокол заседания Ученого совета № _____ от «__» _____ 20__ г.
		протокол заседания Ученого совета № _____ от «__» _____ 20__ г.
		протокол заседания Ученого совета № _____ от «__» _____ 20__ г.
		протокол заседания Ученого совета № _____ от «__» _____ 20__ г.